Dimensionnement d'une turbine radiale

UEI — Cas d'étude « Dremmel »

Florent Ravelet[1]

Laboratoire d'Ingénierie des Fluides et des Systèmes Énergétiques

[1]Arts et Métiers - Sciences et Technologies

30 mars 2020

LIFSE

Sommaire

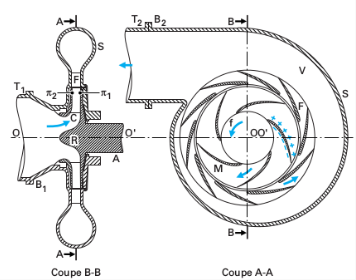
Notions générales sur les Turbomachines — Compléments à l’UEF ENGA

Définitions

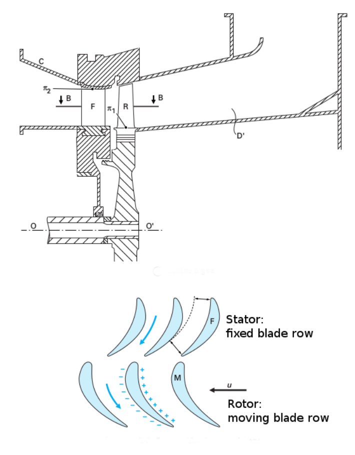
Définitions

- Une turbomachine est une machine tournante qui assure un transfert d'énergie entre un arbre et un fluide en écoulement. Le transfert peut être dans deux sens :
  - du rotor au fluide $\Rightarrow$ accroissement de pression totale :
    ventilateurs libres ou carénés, compresseurs et pompes, . . . ;
  - du fluide au rotor $\Rightarrow$ détente du fluide, diminution de sa pression totale :
    éoliennes, turbines hydrauliques, à gaz ou à vapeur,. . .
- Une turbomachine se compose d'une ou plusieurs
  - grilles d'aubes mobiles : *rotors, hélices, roues*;
  - parties fixes : *grilles d'aubes statoriques, distributeurs, diffuseurs, volutes*.
- Classification selon la cinématique de l'écoulement débitant : *Axiales, Centrifuges/Centripètes (radiales) et Mixtes (Hélico-Centrifuges)*.

Description de deux turbomachines à un seul étage « typiques »



Pompe centrifuge :
roue centrifuge + volute



Turbine à vapeur axiale :
stator + rotor

Physique du transfert d'énergie

- Variation de direction de l'écoulement + surface mobile

  $\Rightarrow$ échanges de moment cinétique et d'énergie
  $\Rightarrow$ *Variation de l'enthalpie totale.*

- Ecoulements 3D, instationnaires, turbulents et en rotation

  $\Rightarrow$ Modèles 0D / 1D en régime permanent
  $\Rightarrow$ Utilisation d'un référentiel fixe et d'un référentiel tournant
  $\Rightarrow$ Modèles isentropiques + modèles de « pertes ».

- Ecoulements Compressibles ou Incompressibles.

Bilans intégraux sur systèmes ouverts

Volume de contrôle fixe

- Bilan de masse (**conservation de la masse**)

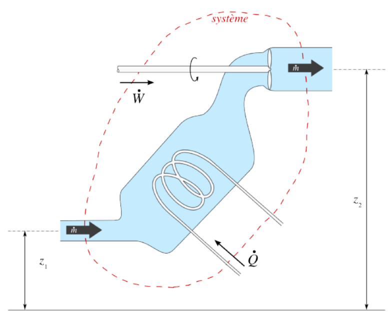
$$\iiint_V \frac{\partial(\rho)}{\partial t} dv + \oiint_S \rho \left(\vec{C} \cdot \vec{n}\right) ds = 0$$

- Bilan de quantité de mouvement (**principe fondamental de la dynamique**)

$$\iiint_V \frac{\partial\left(\rho\vec{C}\right)}{\partial t} dv + \oiint_S \rho\vec{C} \left(\vec{C} \cdot \vec{n}\right) ds = \iiint_V \rho\vec{g} dv + \oiint_S \overline{\overline{\tau}} \cdot \vec{n} ds$$

- Bilan d'énergie *totale* (**premier principe de la thermodynamique**)

$$\iiint_V \frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(\frac{C^2}{2} + gz + \tilde{u}\right)\right] dv + \oiint_S \rho\left[\frac{C^2}{2} + gz + \tilde{u}\right]\left(\vec{C} \cdot \vec{n}\right) ds = \dot{W}_{ext} + \dot{Q}$$



Travail fluide, travail technique et enthalpie

- Pour pousser le volume $\dot{V}_{in}$ de fluide par unité de temps, l'extérieur fournit au système :

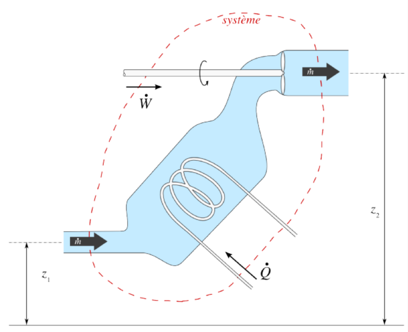
$$\dot{W}_{in} = p_{in}\dot{V}_{in} = \frac{p_{in}}{\rho_{in}}\dot{m}_{in}$$

C'est-à-dire un travail massique

$$w_{in} = \frac{p_{in}}{\rho_{in}}$$

- A la sortie, le système restitue à l'extérieur :

$$w_{out} = -\frac{p_{out}}{\rho_{out}}$$



- On inclut le « travail fluide massique » $\frac{p}{\rho}$ dans *l'enthalpie massique* $h = \tilde{u} + \frac{p}{\rho}$
- On sépare donc la puissance échangée avec l'extérieur en puissance fluide et puissance « technique » :

$$\dot{W}_{ext} = -\oiint_S \rho \left[\frac{p}{\rho}\right] \left(\vec{C} \cdot \vec{n}\right) ds + \dot{W}$$

Bilans 0D entrée/sortie, régime permanent, écoulements uniformes en entrée/sortie

- Bilan de masse

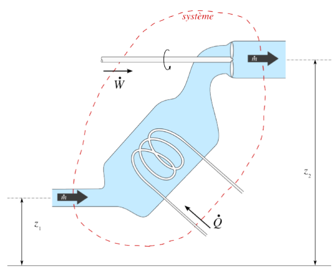
$$\begin{aligned} \dot{m}_{in} &= \dot{m}_{out} \\ \dot{m} &= \rho S C \end{aligned}$$

- Bilan de quantité de mouvement

$$\begin{aligned} \dot{m}\left(\vec{C}_{out} - \vec{C}_{in}\right) &= \mathcal{M}\vec{g} - p_{in}S_{in}\vec{n}_{in} - p_{out}S_{out}\vec{n}_{out} \\ &+ \vec{F}_{\text{parois}\rightarrow\text{fluide}} \end{aligned}$$

- Bilan d'enthalpie massique *totale*

$$\dot{m}\Delta_{in\rightarrow out}\left(\frac{c^2}{2} + gz + h\right) = \dot{W} + \dot{Q} \qquad (1)$$



Conventions de signe

- Les bilans sont faits *sur* le fluide ;
- On compte positivement ce qui est fourni au fluide, négativement ce que le fluide fournit à l'extérieur :
  - Pompe : $\dot{W} > 0$
  - Turbine : $\dot{W} < 0$
- Le terme $\Delta_{in \to out}$ signifie « valeur en sortie − valeur en entrée ».

Application aux turbomachines en écoulement incompressible

Lien entre puissance échangée et variation de pression *totale*

- Hypothèse usuelle en turbomachine : écoulement adiabatique ($\dot{Q} = 0$)
- On a la relation (rappel de thermodynamique) :

$$dh = Tds + \frac{dp}{\rho}$$

- Pour une transformation isentropique dans une turbomachine ($ds = 0$), en écoulement incompressible ($\rho = \mathrm{cte}$), l'éq. (1) devient :

$$\dot{m}\frac{1}{\rho}\Delta_{in\rightarrow out}\left(\frac{\rho C^2}{2} + \rho gz + p\right)_s = \dot{W}$$

- Avec $Q_v = \frac{\dot{m}}{\rho}$ le débit volumique et $p_t = \left(\frac{1}{2}\rho C^2 + \rho gz + p\right)$ la pression *totale*, on a, pour un fluide parfait en écoulement permanent incompressible et adiabatique :

$$Q_v \Delta_s (p_t) = \dot{W} \qquad (2)$$

Commentaires (1)

- La puissance mécanique sur l'arbre est liée à une variation de pression *totale* du fluide entre l'entrée et la sortie de la machine.
- Selon le cas, cette variation peut être dominée par :
  - une variation de pression statique (pompe dans un circuit fermé)
  - une variation d'énergie cinétique entre l'amont et l'aval (ventilateur en milieu ouvert)
  - une variation d'énergie potentielle de pesanteur (turbine dans un barrage hydraulique)
- Pour une transformation réelle, il y a un terme de *dissipation irréversible* à ajouter : $\dot{W}_{loss} = \dot{m} \int_{in}^{out} Tds > 0$. On peut le modéliser sous forme de « perte de charge » : $\dot{W}_{loss} = Q_v \left(\delta p_t\right)_{loss}$
- L'éq. (1) s'écrit :

$$Q_v \left\{\Delta \left(p_t\right) + \left(\delta p_t\right)_{loss}\right\} = \dot{W} \qquad (3)$$

Commentaires (2)

- Les rendements sont souvent définis relativements à une transformation isentropique de référence. A partir des éqs. (2) et (3) :

$$\Delta\left(p_t\right) + \left(\delta p_t\right)_{loss} \quad = \quad \Delta_s\left(p_t\right) = \frac{\dot{W}}{Q_v}$$

- On a deux cas :

« Pompes » :

- On a $\dot{W} > 0$ et $\Delta p_t > 0$
- En vertu du second principe de la thermodynamique, $\left(\delta p_t\right)_{loss} > 0$
- Donc $\Delta p_t < \Delta_s\left(p_t\right)$
- Le rendement isentropique est :

$$\eta_s = \frac{Q_v \Delta p_t}{\dot{W}}$$

« Turbines » :

- On a $\dot{W} < 0$ et $\Delta p_t < 0$
- En vertu du second principe de la thermodynamique, $\left(\delta p_t\right)_{loss} > 0$
- Donc $\left|\Delta p_t\right| > \left|\Delta_s\left(p_t\right)\right|$
- Le rendement isentropique est :

$$\eta_s = \frac{\dot{W}}{Q_v \Delta p_t}$$

Liens avec la cinématique de l'écoulement — Théorême d'Euler et triangle des vitesses

Cinématique de l'écoulement

Vitesse absolue, vitesse relative, vitesse d'entrainement

- Système de coordonnées « naturel » : coordonnées cylindriques r, θ, x
- Vitesse absolue $\vec{C}$ décomposée en partie méridienne et giratoire :

$$C_m = \sqrt{C_r^2 + C_x^2} \text{ et } C_\theta$$

- Angle de giration (absolu) α :

$$\alpha = \arctan\left(\frac{C_\theta}{C_m}\right)$$

- Vitesse d'entrainement :

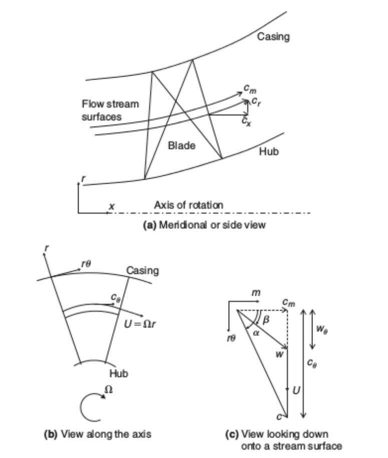
$$\vec{U} = r\omega\vec{e}_\theta$$

- Dans le référentiel tournant à $\vec{U}$, la vitesse relative est $\vec{W}$. On a :

$$\vec{C} = \vec{U} + \vec{W}$$

- Angle relatif β :

$$\beta = \arctan\left(\frac{W_\theta}{W_m}\right) = \arctan\left(\frac{W_\theta}{C_m}\right)$$



Théorême d'Euler

Bilan de moment cinétique à travers une roue mobile

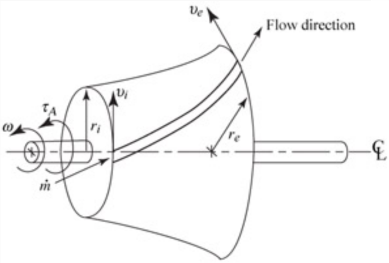
- On écrit le principe fondamental de la dynamique sous forme de moment par rapport à l'axe de rotation, pour le volume de contrôle illustré ci-contre :

  variation du moment cinétique = résultante des couples
- Soit :

$$\dot{m}\left(r_{out}C_{\theta,out} - r_{in}C_{\theta,in}\right) = \tau_A$$

- En multipliant par la vitesse angulaire ω, on fait apparaître la puissance mécanique échangée :

$$\begin{aligned} \dot{m}\left(r_{out}\omega C_{\theta,out} - r_{in}\omega C_{\theta,in}\right) &= \tau_A\omega \\ \dot{m}\Delta_{in\rightarrow out}\left(UC_\theta\right) &= \dot{W} \qquad (4) \end{aligned}$$



Théorême d'Euler

- Par identification avec le bilan d'énergie totale (éq. (1)), dans le cas adiabatique, on obtient le théorême d'Euler des turbomachines :

$$\Delta_{in \to out}(UC_\theta) = \Delta_{in \to out}\left(h + \frac{C^2}{2} + gz\right)$$

- Attention aux signes :

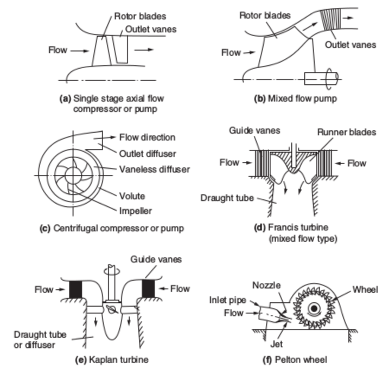
« Pompes » :

- $(U_{out}C_{\theta,out} - U_{in}C_{\theta,in}) > 0$

« Turbines » :

- $(U_{out}C_{\theta,out} - U_{in}C_{\theta,in}) < 0$

Etages de détente et de compression



- Les conditions aux limites en aval d'une turbomachine sont *souvent* des conditions de pression *statique* imposée ;
- Toute composante giratoire de l'écoulement absolu en aval sera *souvent* dissipée irréversiblement :
- On a donc intérêt à avoir $C_\theta = 0$ en sortie de machine. Mais on a généralement $C_\theta = 0$ en entrée. Comment procéder ?

$\Rightarrow$ Utilisation de rotors et de stators.

Pour une pompe, généralement : rotor + stator (redresseur)

Pour une turbine, généralement, stator (distributeur) + roue

Triangles des vitesses dans un étage de compression et de détente

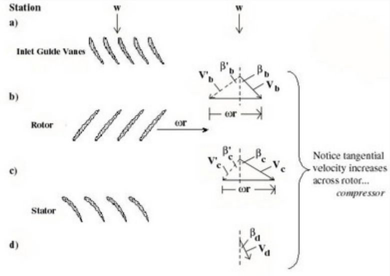


FIGURE – Etage de compression ; les quantités primées se rapportent à l'écoulement relatif, celles non primées à l'écoulement absolu

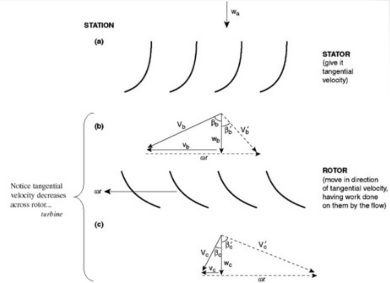


FIGURE – Etage de détente

Dessin d’une turbine centripète

Architecture générale

Une Roue Centripète

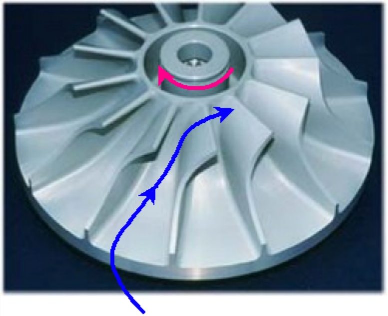


FIGURE – Le fluide est mis en rotation par un distributeur aubé non représenté, puis rentre radialement dans la roue par l'extérieur, et sort de la roue dans une direction axiale, à un rayon plus faible

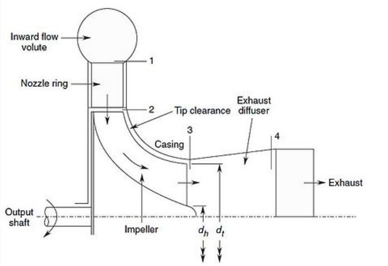


FIGURE – Conventions d'indices adoptés dans la suite : partie statorique : volute (optionnelle), puis distributeur aubé entre 1 et 2. Partie rotorique : roue avec aubages entre 2 et 3

Triangle des vitesses

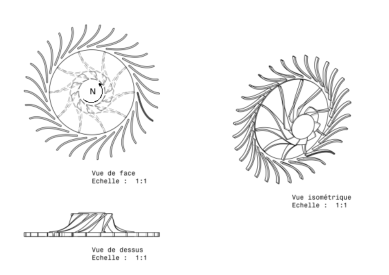


FIGURE – CAO d'un étage avec distributeur et roue

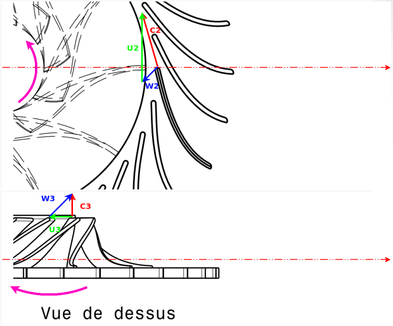


FIGURE – Triangle de vitesses en entrée de roue (2) et en sortie de roue (3)

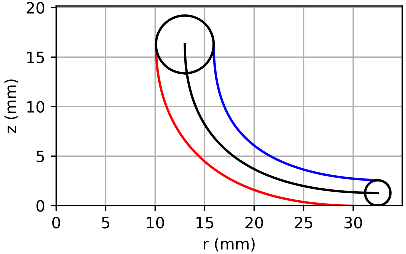
Dessin de la roue : problématique

- On néglige les effets de variation de masse volumique (hypothèse écoulement incompressible).
- Avec notre turbine, on souhaite récupérer une puissance mécanique disponible sous forme de puissance aérodynamique
$$\dot{W}_{dispo} = Q_v \Delta p_t$$
- Au rendement près, sur chaque ligne de courant, cela correspond à défléchir l'écoulement dans la roue entre 2 et 3 de sorte à avoir :
$$U_3 C_{\theta,3} - U_2 C_{\theta,2} = \frac{1}{\rho} \Delta p_t$$
- On souhaite avoir $C_{\theta,3} = 0$
- L'écoulement relatif ($\vec{W}$) dans la roue est canalisé par les aubages.
- Idée : dessiner une grille d'aubes tangentes aux vecteurs $\vec{W}$.

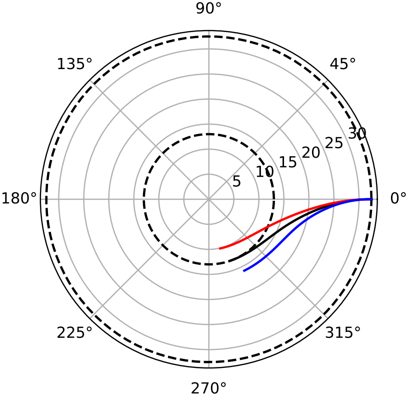
Mise en pratique

Dessin de la roue : application

- Un script python vous sera fourni. Ce script prend en entrée les paramètres :
    - les rayons à la ligne moyenne et épaisseurs d'aubage R_{2m}, b_2, R_{3m}, b_3 ;
    - une extension axiale de la turbine z_{32} ;
    - les angles en entrée β_{2i}, β_{2m}, β_{2e} pour les lignes intérieures, moyennes et extérieures ;
    - les angles en sortie β_{3i}, β_{3m}, β_{3e} pour les lignes intérieures, moyennes et extérieures
- Ce script calcule alors les coordonnées cartésiennes des trois lignes intérieures, moyennes et extérieures, puis les exporte en format `csv`. Ce fichier sera importé sous un logiciel de CAO pour dessiner une aube. Le script dessine enfin les vues méridiennes et de dessus telles que représentées au transparent suivant.



20
15
10
5
0
0
5
10
15
20
25
30
z (mm)
r (mm)



90°
135°
45°
180°
0°
225°
315°
270°
5
10
15
20
25
30

Corrélations à employer

- A partir du cahier des charges, on calcule la vitesse spécifique :

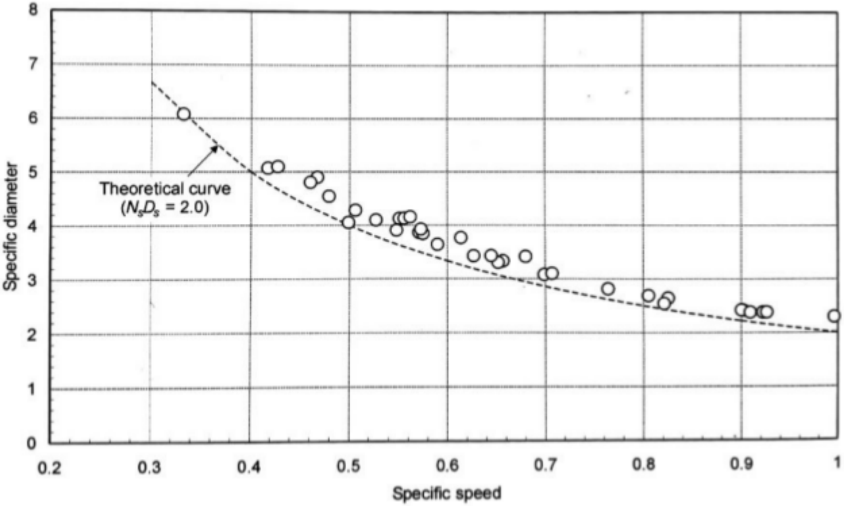
$$\Omega = \frac{\omega\sqrt{Q_V}}{\left(\frac{\Delta p_t}{\rho}\right)^{3/4}}$$

- Pour une turbine radiale, on doit vérifier $0.25 \leqslant \Omega \leqslant 1$
- On calculera R_2 à partir rayon spécifique :

$$\Lambda = \frac{R_2\left(\frac{\Delta p_t}{\rho}\right)^{1/4}}{\sqrt{Q_V}}$$

- On utilisera la corrélation (voir figure au transparent suivant)

$$\Lambda = \frac{1}{\Omega}$$



Theoretical curve
(N_sD_s = 2.0)
Specific diameter
Specific speed
0
1
2
3
4
5
6
7
8
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1

Corrélations à employer (suite)

- De l'équation d'Euler des turbomachines (avec $C_{\theta,3} = 0$) et du cahier des charges on calculera $C_{\theta,2}$
- On imposera un angle $\alpha_2 \simeq 74^o \pm 4^o$ (empiriquement connu pour donner de bons résultats)
- On en déduira la composante $C_{r,2}$, puis à partir du débit la valeur de b_2
- Avec le traingle des vitesses, on calculera les β_2
- Pour le choix du rayon de sortie, on prendra une valeur de rapport de moyeu R_3/R_2 arbitraire entre 0.3 et 0.6 *ou bien* on se débrouillera pour avoir un rayon en sortie sur la ligne extérieure de l'ordre du rayon interne du tube d'aspirateur.
- L'épaisseur d'aubage en sortie b_3 sera calculée de manière à conserver la vitesse débitante dans la machine.
- Les angles β_3 seront obtenus à partir du triangle des vitesses.
- Le paramètre z_{32} sera choisi de manière à avoir une vue méridienne « esthétique »...