

UEF « Energétique Avancée »
Recueil d'exercices

F. Ravelet^a

^a *Arts et Metiers, LIFSE,*
151 boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France.
contact: florent.ravelet@ensam.eu

version du 31 janvier 2023

1 Turbomachines à fluide incompressible

1.1 Analyse du fonctionnement d'une pompe centrifuge

Description

La pompe étudiée possède les caractéristiques de fonctionnement fournies sur la figure 1. Les figures 2 et 3 donnent les dessins de définition de la roue, en vue méridienne et en vue de face.

Hypothèses

- L'entrée du fluide dans la roue s'effectue sans prérotation, pour l'ensemble des points de fonctionnement.
- Le débit d'adaptation est confondu avec le débit de rendement maximal.
- L'obstruction de la section d'entrée d'aubage par l'épaisseur des aubes est supposée négligeable.
- On indice par 1 l'entrée de la roue, par 2 la sortie.

Questions

1. Relever directement sur les figures l'ensemble des paramètres de fonctionnement de la roue de référence (indiquée $\phi 408$ sur la Fig. 1) :
 - vitesse de rotation N , débit d'adaptation Q_a et hauteur manométrique nominale H_N ;
 - rendement global et puissance mécanique absorbée sur l'arbre au point nominal.
2. Relever directement sur les figures les paramètres géométriques suivants pour la roue de référence :
 - entrée de la roue : rayon à la ligne moyenne R_1 , hauteur d'aubage b_1 ;
 - sortie de la roue : R_2 , b_2 et angle d'aubage en sortie $\beta_{2\infty}$;
 - nombre d'aubages Z .
 - *L'entrée d'aubage étant mixte (mélange de composantes radiales et axiales), on ne peut mesurer l'angle d'entrée d'aubage $\beta_{1,0}$ sur la vue de face.* Le déduire en utilisant la condition d'adaptation en entrée.
3. Placer cette pompe dans le diagramme de Cordier (figure 4 ou 5).
4. En se plaçant au débit d'adaptation $Q = Q_a$, déterminer :
 - Les deux composantes de la vitesse absolue en sortie C_{m2} et $C_{\theta 2\infty}$
 - La vitesse d'entraînement en périphérie de roue U_2
 - La hauteur théorique d'Euler $H_{th\infty}$
 - Le coefficient de glissement à l'aide de la relation de Pfeiderer :

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{1.2(1 + \cos(\beta_{2,\infty}))}{Z \left(1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right)}}$$

- La hauteur théorique tenant compte du nombre fini d'aubages H_{th}
- Le rendement hydraulique η_{hyd} et la perte hydraulique correspondante δh_{loss}

5. Tracer la droite théorique d'Euler $H_{th\infty}(Q)$ en fonction de Q . Tracer sur le même graphique la droite $H_{th}(Q)$ en admettant qu'elle est parallèle à $H_{th\infty}(Q)$; Reporter la hauteur réelle lue sur la Fig. 1. Tracer en fonction du débit les pertes hydrauliques $\delta h_{loss}(Q)$.
6. Au débit d'adaptation $Q = Q_a$, on suppose connues les pertes mécaniques (dues aux paliers et dispositifs d'étanchéité) $P_{pertes\ m} = 2800W$ et le débit de fuite (recirculant) $q_f = 16,5m^3/h$. En déduire les différents rendements (mécanique, volumétrique et global).
7. Calculer la performance $H_n(Q_a)$ de cette pompe lorsqu'elle tourne à 1800 tr/min.
8. Calculer la performance $H_n(Q_a)$ avec un modèle homothétique de cette pompe ayant un diamètre extérieur de 300 mm.
9. Calculer la performance $H_n(Q_a)$ avec un modèle homothétique de cette pompe ayant un diamètre extérieur de 300 mm et tournant à 1800 tr/min.

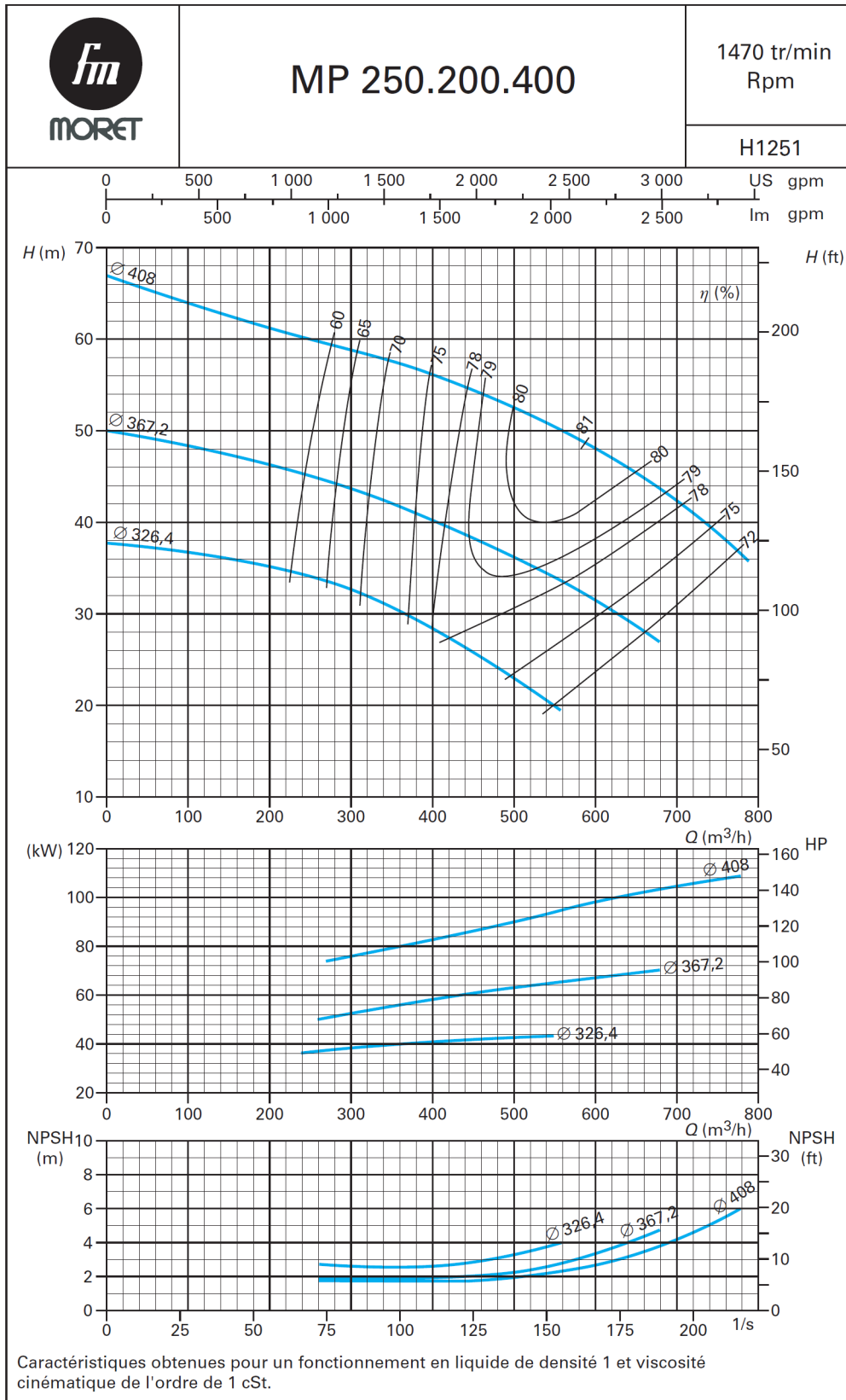


FIGURE 1 – Courbes caractéristiques de la pompe

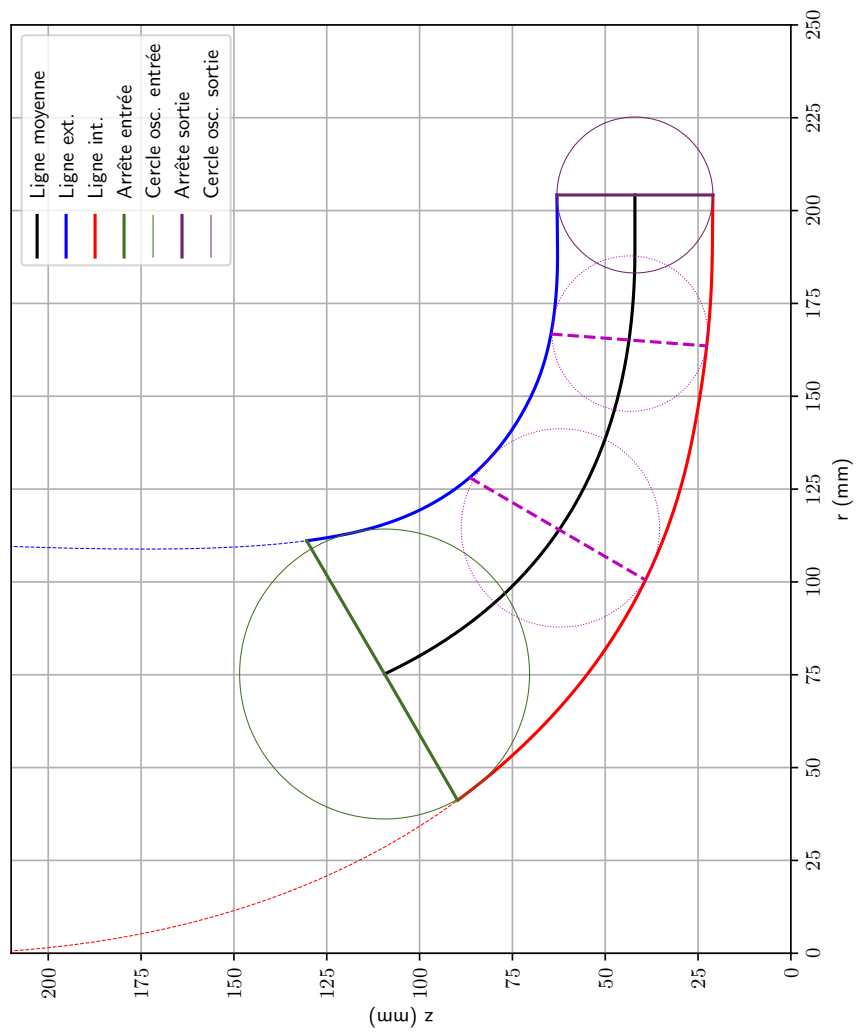


FIGURE 2 – Vue méridienne de la roue

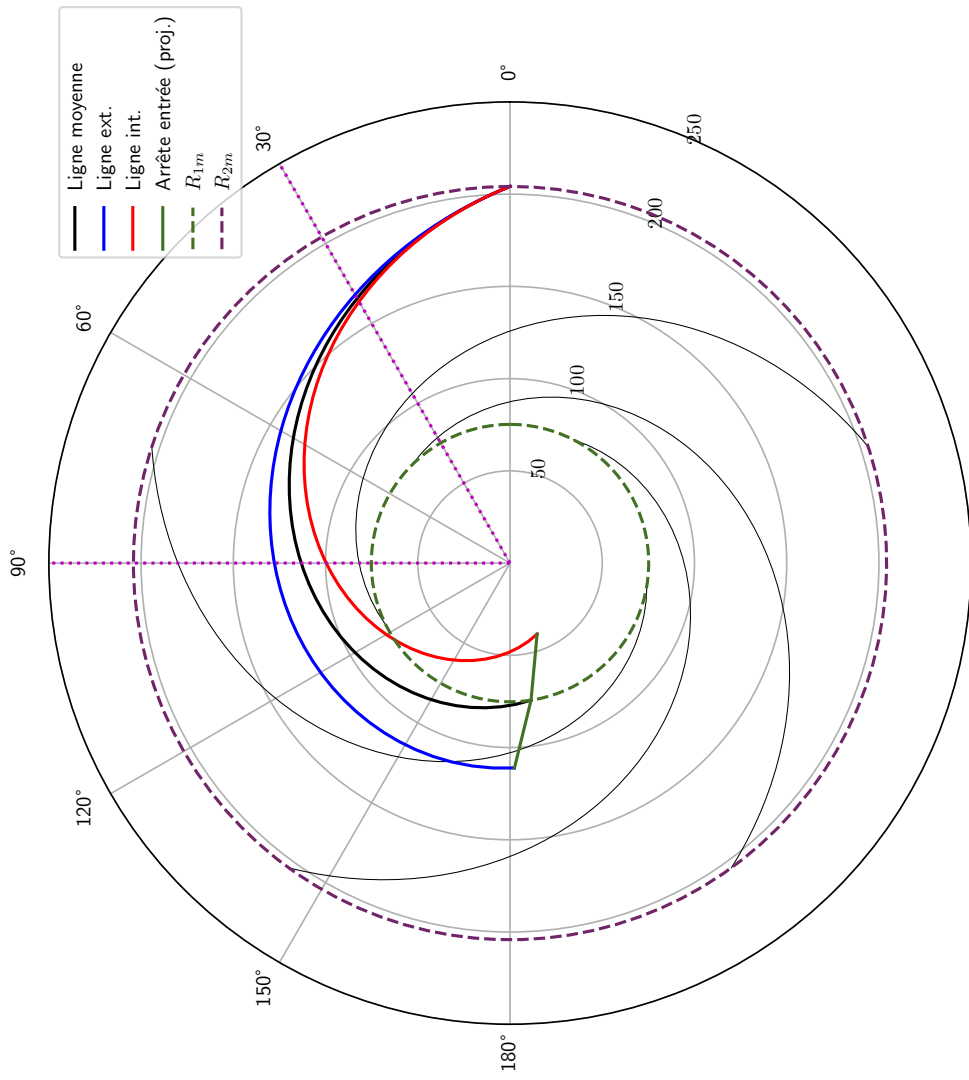


FIGURE 3 – Vue de face de la roue

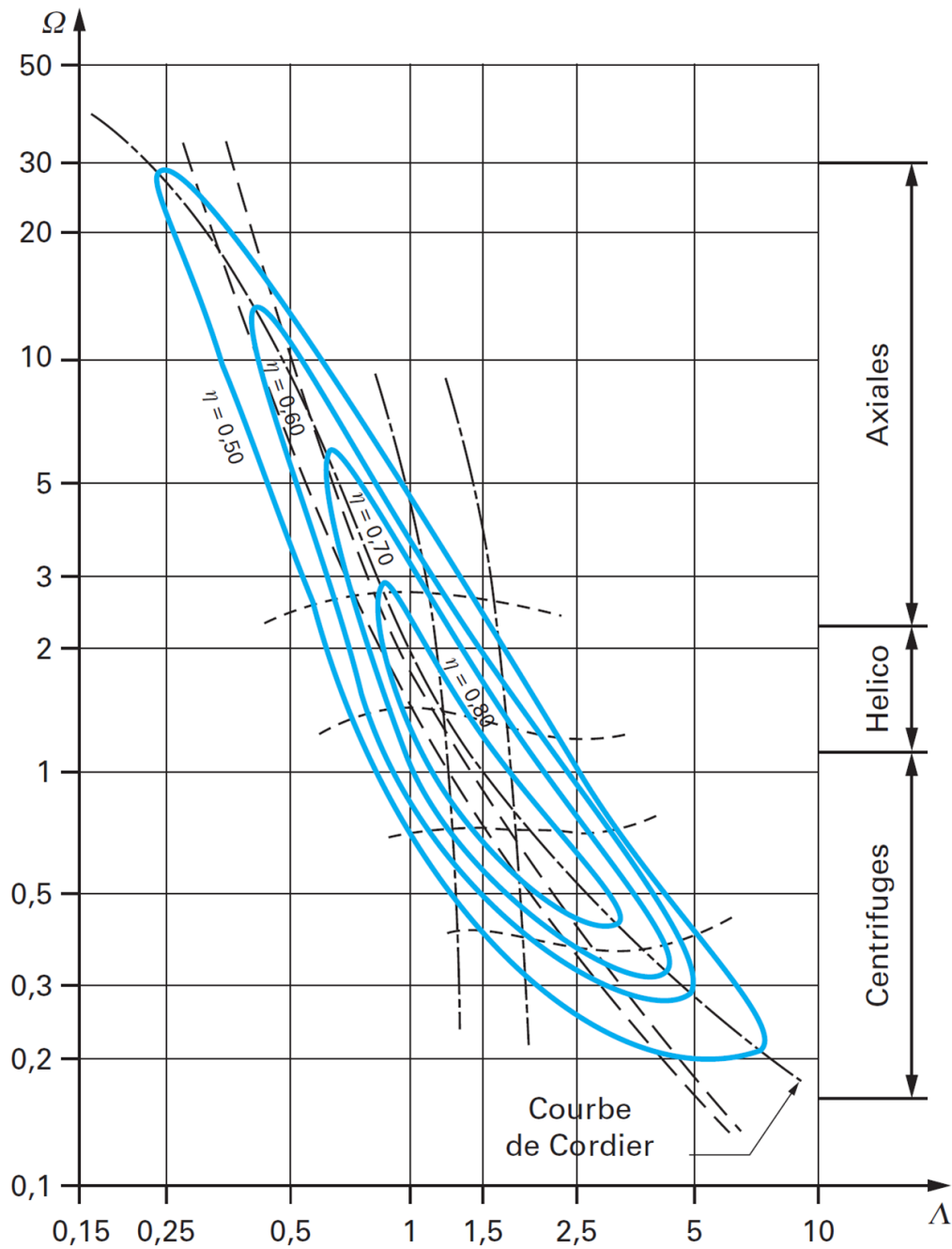


FIGURE 4 – Diagramme de Cordier : lieu empirique des isorendements pour les pompes hydrauliques dans le plan Λ - Ω . La « courbe de Cordier » correspond à la ligne de crête

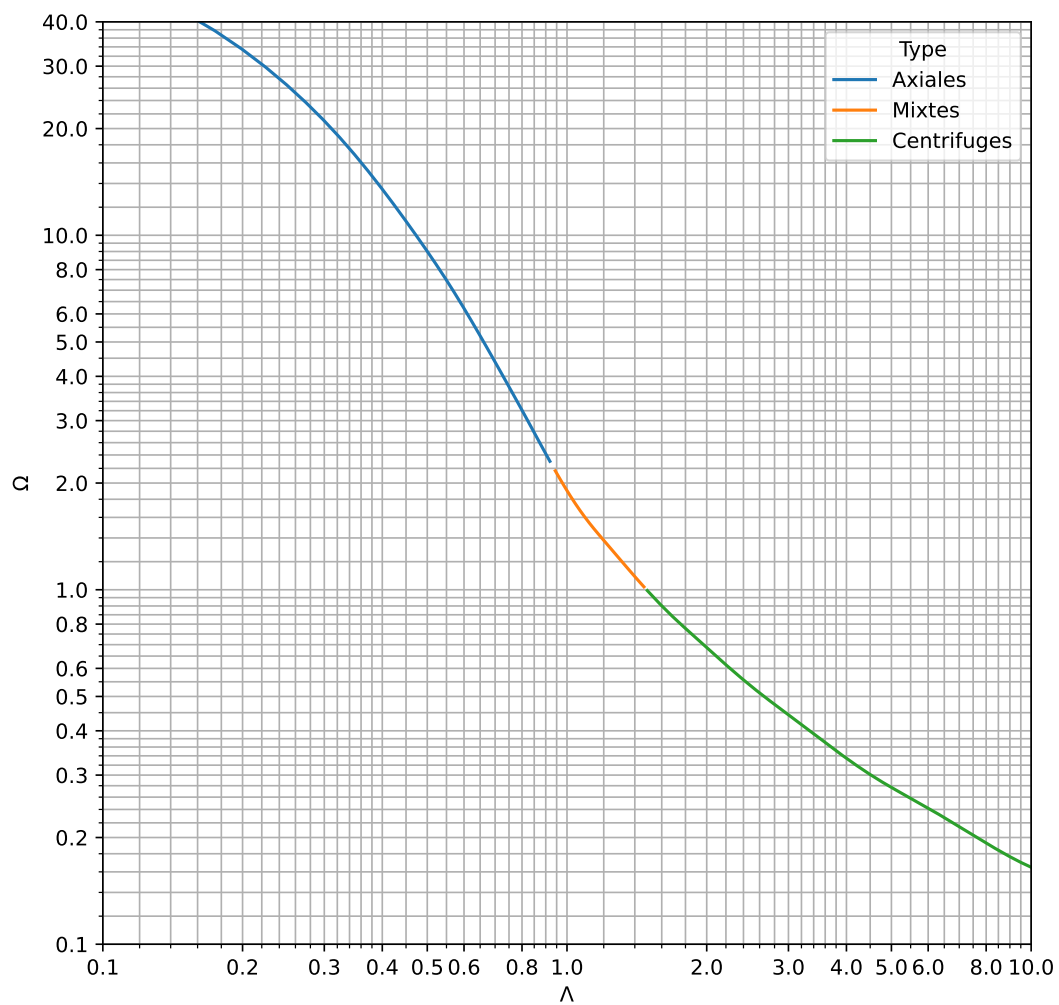


FIGURE 5 – Diagramme de Cordier (autre représentation)

1.2 Turbopompe à Oxygène du moteur Vulcain

Description

On s'intéresse dans cette étude au fonctionnement nominal de la turbopompe à oxygène du moteur Vulcain. Cette machine est constituée d'une pompe centrifuge alimentée par un inducteur mixte monté sur le même arbre. La coupe méridienne de la turbopompe ainsi que les vues 3D de l'inducteur et de la roue centrifuge sont fournies en Fig. 6. Les données nécessaires sont fournies dans le Tab. 1.1.

Vitesse de rotation	$N = 13290$ rpm
Elevation de pression pompe centrifuge	$\Delta p_c = 125$ bars
Débit massique	$\dot{m} = 207.6$ kg.s ⁻¹
Masse volumique de l'oxygène liquide	$\rho = 1182$ kg.m ⁻³
NPSP disponible	$NPSP_d = 1.6$ bars

TABLE 1.1 – Données du problème

Hypothèses retenues :

- L'entrée du fluide dans les roues s'effectue sans prérotation ;
- Le débit d'adaptation de la roue centrifuge et le débit nominal de la machine sont confondus ;

Analyse de la roue centrifuge

1. Après avoir repéré la roue centrifuge, puis avoir relevé sur la Fig. 6 les paramètres géométriques nécessaires, calculer les angles à l'entrée d'aubage β_{10} et à la sortie d'aubage $\beta_{2,\infty}$ pour la roue centrifuge. Pour ce dernier calcul, on prendra un coefficient de glissement $\mu = 0.75$ et le rendement hydraulique η_h sera estimé à partir de la corrélation empirique de Lomakine :

$$\eta_h = 1 - \frac{0.42}{(\log_{10}(dred) - 0.172)^2}$$

$$dred = 4250 \left(\frac{Q_v}{N} \right)^{1/3}$$

avec Q_v le débit volumique en m³.s⁻¹ et N la vitesse de rotation en rpm.

2. Calculer le NPSP requis $NPSP_r$ à partir de la formule suivante :

$$NPSP_r = \frac{1}{2} \rho C_1^2 + \lambda \frac{1}{2} \rho W_c^2$$

où C_1 est la vitesse débitante à l'entrée, W_c est la vitesse débitante dans le col, et λ est le coefficient de dépression dynamique. On prendra ici une section de col égale à 1/4 de la section d'entrée, et $\lambda = 0.55$.

3. Comparer les NPSP requis et disponibles. Que peut-on en conclure ? Quelles solutions sont-elles envisageables ?

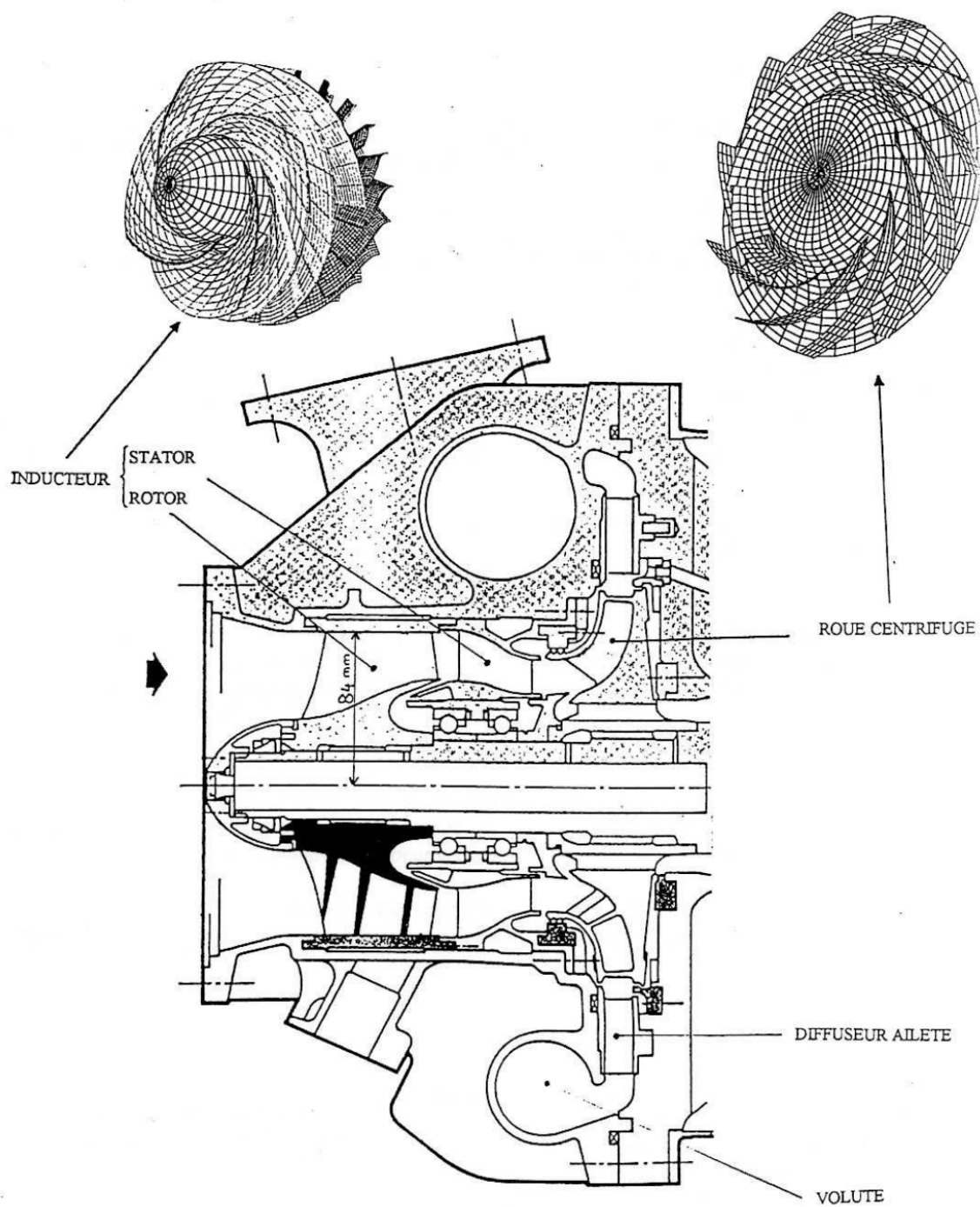


FIGURE 6 – Turbopompe à oxygène du moteur Vulcain

Analyse de l'inducteur

1. Quelle élévation de pression minimale Δp_i l'inducteur doit-il fournir pour un fonctionnement sans cavitation de la roue centrifuge ?
2. En déduire l'élévation de pression de la turbopompe Δp .
3. Calculer la vitesse spécifique de l'inducteur (Ω_i), la comparer à la vitesse spécifique de la pompe centrifuge (Ω_c) et conclure.

-
4. En s'aidant de la Fig. 6 pour le calcul de la section d'entrée de l'inducteur, sachant que la section du col est de 105 cm^2 pour l'inducteur, et en retenant pour celui-ci une valeur du coefficient de dépression dynamique $\lambda = 0.08$, calculer le $NPSP_r$ de l'inducteur.

2 Turbomachines à fluide compressible

2.1 Etude énergétique d'un cycle de centrale à turbine à gaz

Description

On considère une centrale de production électrique avec turbine à gaz simple, présentée en Fig. 7.

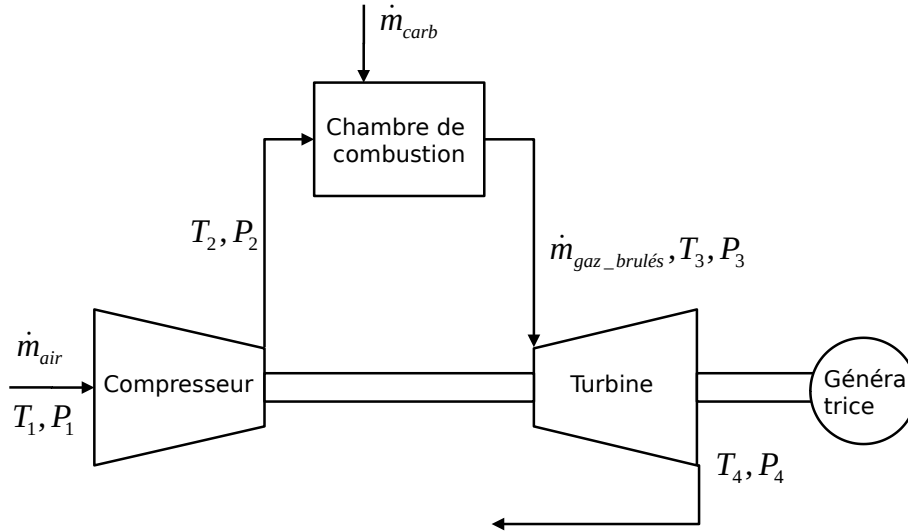


FIGURE 7 – Cycle d'une turbine à gaz simple

Un certain débit d'air froid \dot{m}_{air} (point 1, pression P_1 température T_1) est comprimé par un compresseur de rendement isentropique η_{cis} à une pression $P_2 = \Pi P_1$ avec Π le taux de compression. On injecte et brûle un certain débit de gaz naturel \dot{m}_{carb} de pouvoir calorifique inférieur PCI_{carb} dans la chambre de combustion, de façon isobare, pour élever la température du mélange jusqu'à une température T_3 imposée. Le rendement de la combustion est η_{comb} . Les gaz chauds sont détendus dans la turbine de rendement isentropique η_{tis} jusqu'à la pression ambiante. Une partie de la puissance générée dans la turbine entraîne le compresseur avec une perte mécanique liée au palier. Le reste est converti en électricité dans la génératrice avec un rendement η_e , afin de produire la puissance utile \mathcal{P}_{elec} .

On considérera que l'air et le mélange en sortie de chambre de combustion se comportent comme un gaz parfait idéal dont on donne la capacité calorifique massique à pression constante c_p , la constante thermodynamique r et l'exposant adiabatique γ . Les données du problèmes sont résumées ci-après :

- $P_1 = P_4 = 1 \text{ bar}$
- $T_1 = 20^\circ\text{C}$
- $\Pi = 11$
- $PCI_{carb} = 43 \text{ MJ.kg}^{-1}$
- $T_3 = 1150^\circ\text{C}$
- $\mathcal{P}_{elec} = 20 \text{ MW}$
- $\eta_{cis} = 78\%$

- $\eta_{comb} = 92\%$
- $\eta_{tis} = 82\%$
- Pertes mécaniques = 2 MW
- $\eta_e = 95\%$
- $c_p = 1.004 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- $r = 287 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- $\gamma = 1.4$

Pour l'analyse exergetique, on prendra comme référence

- $P_0 = 1 \text{ bar}$
- $T_0 = 293.15 \text{ K}$

La température de flamme adiabatique à considérer dans l'exergie du carburant est $T_{adia} = 2400 \text{ K}$.

Questions

1. Calculer T_2 en étudiant la compression réelle.
2. Calculer T_4 en étudiant la détente réelle.
3. On va supposer que $\dot{m}_{air} \gg \dot{m}_{carb}$, de sorte qu'on considère en première approximation que le même débit circule dans le compresseur et la turbine. En tenant compte des pertes mécaniques et du rendement de la génératrice, calculer le débit d'air \dot{m}_{air} nécessaire à avoir $\mathcal{P}_{elec} = 20 \text{ MW}$.
4. En étudiant la transformation dans la chambre de combustion, calculer le débit de carburant nécessaire \dot{m}_{carb} .
5. Justifier l'approximation sur les débits, et justifier qu'il y a assez d'oxygène pour que la combustion puisse avoir lieu. Peut-on justifier l'emploi de valeurs identiques dans le modèle de gaz parfait avant et après combustion ?
6. Réaliser un bilan énergétique de cette installation

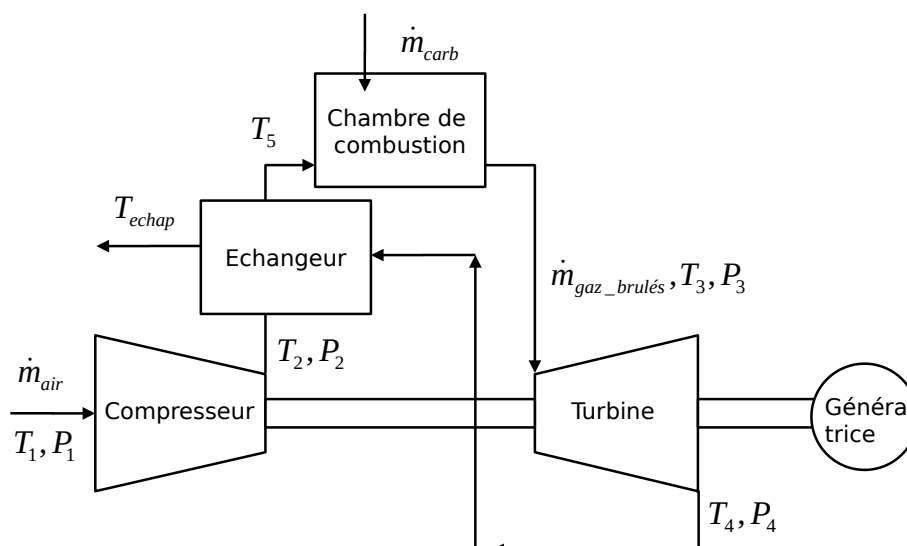


FIGURE 8 – Cycle d'une turbine à gaz avec échangeur-économiseur

7. Calculer le rendement global de l'installation.
8. Réaliser un bilan exergetique de cette installation
9. Calculer le rendement exergetique

Cycle avec économiseur

Mêmes questions avec un économiseur (échangeur idéal à contre-courant de pincement imposé 10 K) avec une branche chaude entre le point 4 (sortie turbine) et l'atmosphère et une branche froide entre la sortie compresseur (point 2) et l'entrée dans la chambre de combustion (point 5) : voir Fig. 8.

Discuter de la façon dont on pourrait valoriser le flux de chaleur à l'échappement.

2.2 Dimensionnement d'une turbine à vapeur

Description

On étudie ici un cycle thermodynamique de récupération sur effluent thermique. La puissance thermique disponible permet d'envisager de récupérer une puissance mécanique utile de 2000 kW par l'intermédiaire d'une turbine à vapeur d'eau. Pour éviter la présence du condenseur, le cycle est ouvert à la pression atmosphérique (figure 9).

Dans l'évaporateur-surchauffeur, l'eau passe de l'état liquide (1 bar, 10°C) à l'état de vapeur saturée (P, T), puis à l'état de vapeur surchauffée (6 bar, 250°C).

Questions

1. Déterminer dans le diagramme de Mollier fourni (figure 10) la chute d'enthalpie potentielle et les valeurs de P et T .
2. En retenant comme hypothèse un rendement global égal à 60%, déterminer le débit massique du cycle. En déduire le cahier des charges de la pompe.
3. La turbine est bi-étagée et les étages sont du type à action. La détente étant partagée en deux parties égales, calculer la vitesse périphérique moyenne de l'ailetage.
4. Déterminer les conditions de pression et de température à la sortie du premier étage puis à la sortie de la machine, en supposant que le rendement isentropique est égal au rendement global.

N	R	b_1
tr/min	mm	mm
6000		
9000		
12000		

TABLE 2.1 – Paramètre géométrique du premier étage en fonction de la vitesse de rotation

5. Le coefficient de débit est fixé à $\phi = 0,74$ et la vapeur est assimilée à un gaz parfait polytropique avec $r = 460 J.kg^{-1}.K^{-1}$ et $\gamma = 1.4$. Compléter le tableau 2.1 pour le premier étage.
6. On retient la vitesse de rotation de 12000 tr/min, commenter ce choix.
7. Tracer l'ensemble des triangles de vitesses pour le premier étage. En déduire les angles α_1 , β_1 , α_2 et β_2 .

8. Calculer le nombre de Mach en sortie du premier distributeur. Quelles conclusions en tirez-vous ?

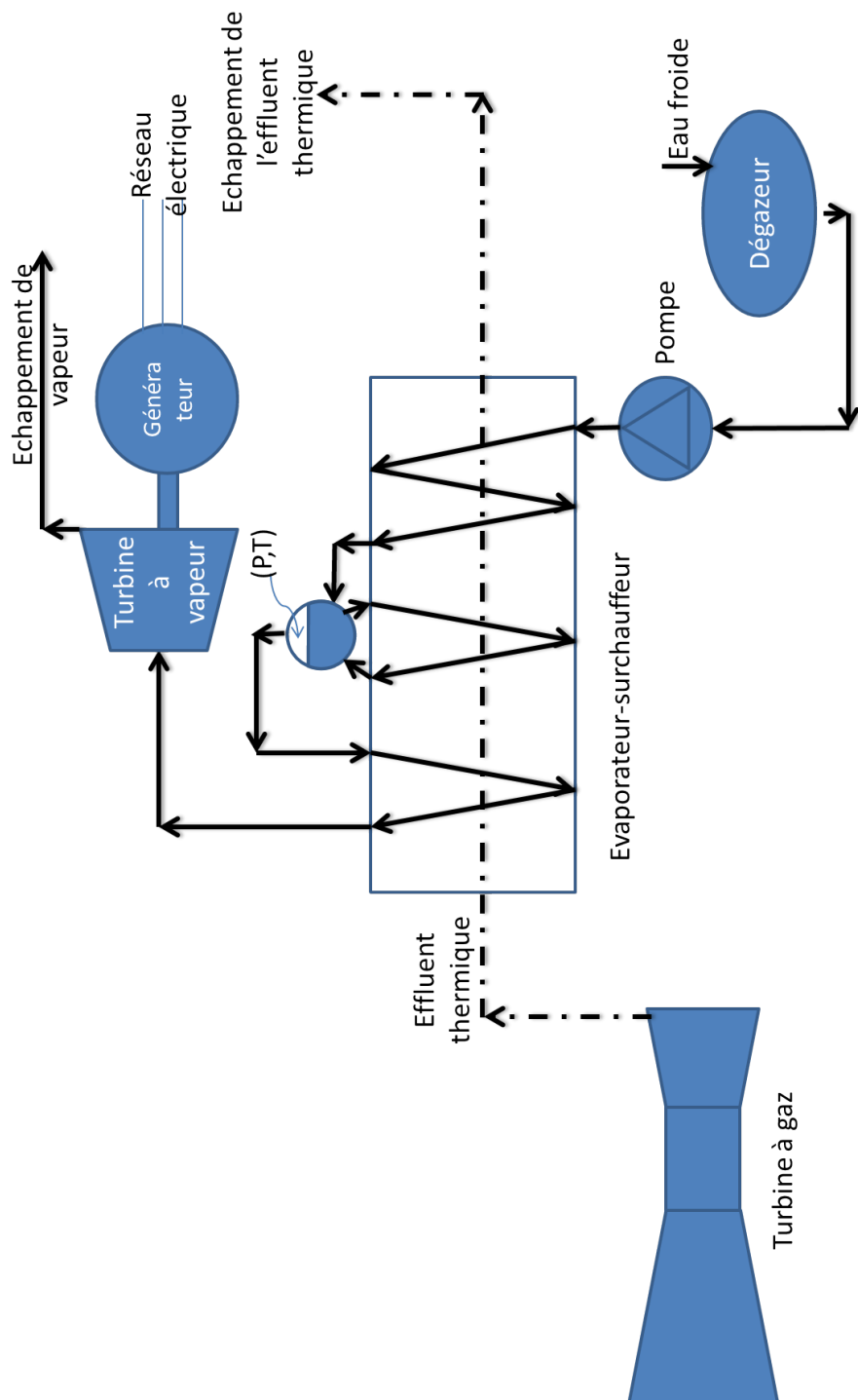


FIGURE 9 – Schema de l'installation

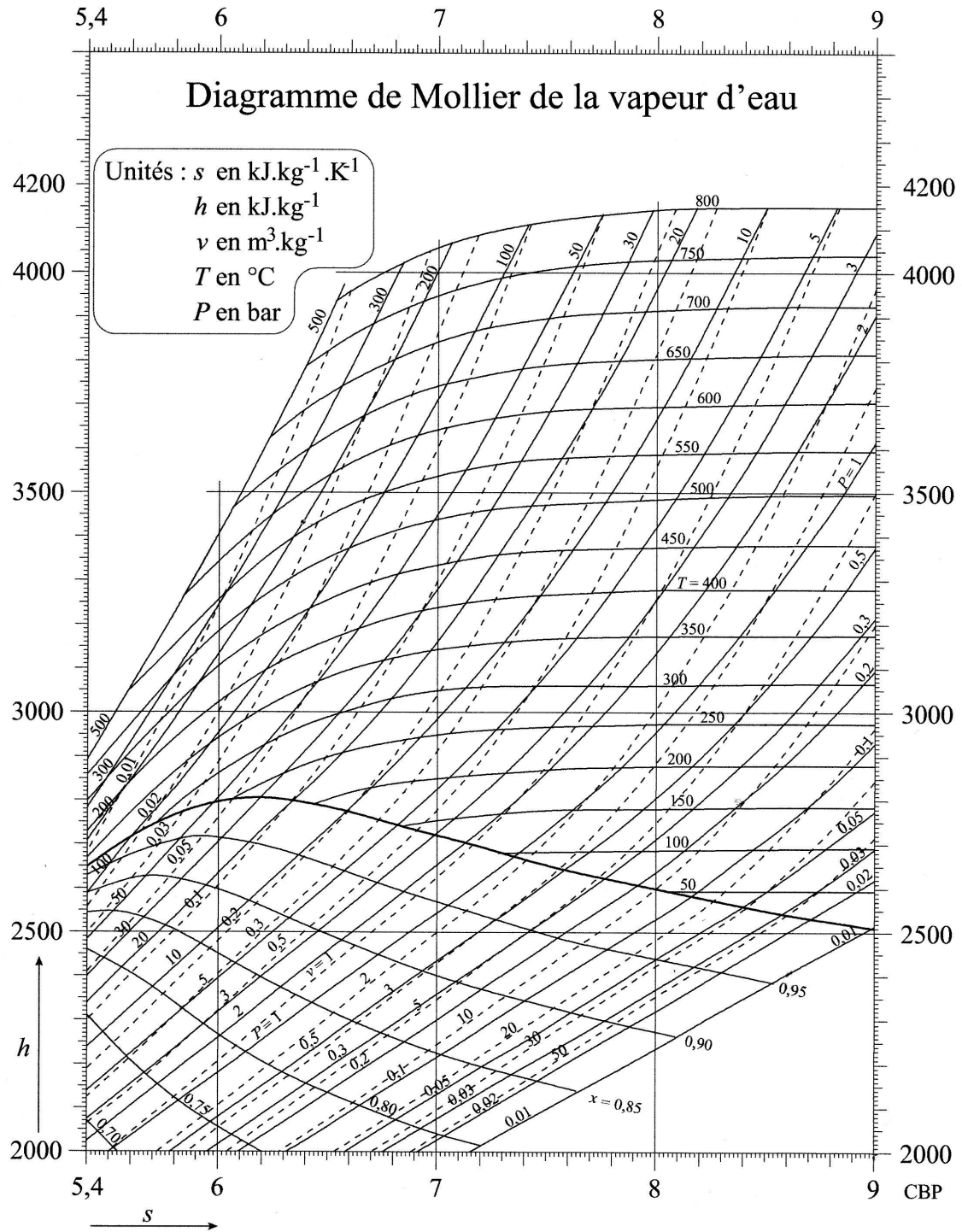


FIGURE 10 – Diagramme de Mollier de l'eau

2.3 Tuyère de Laval (ancien exercice, à titre complémentaire)

Description

Le sujet porte sur l'étude de l'écoulement dans une tuyère dite de « Laval », du nom de son inventeur l'ingénieur suédois Gustaf de Laval qui en a découvert le principe en 1887.

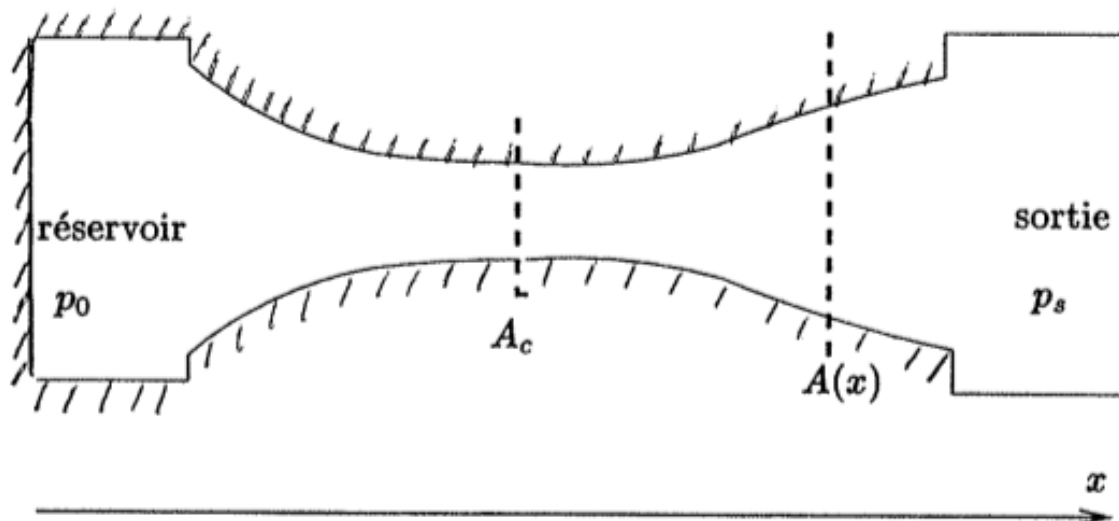


FIGURE 11 – Schéma de principe d'une tuyère de Laval. La section au col est A_c et la section courante à l'abscisse x est $A(x)$.

La tuyère est un tube creux composé de trois parties (Fig. 11) :

- une partie convergente ;
- le col (section de la tuyère où le diamètre est minimum) ;
- une partie divergente.

La tuyère permet de convertir l'énergie thermodynamique de gaz de combustion en énergie cinétique. On la trouve par exemple dans les moteurs-fusées, où elle permet, comme nous allons le voir de maximiser la vitesse d'éjection des gaz en passant en régime supersonique, afin de maximiser la poussée. Elle est alimentée par un fluide issu d'une chambre de combustion représentée ici par un réservoir. La pression, densité et température du fluide, supposé pratiquement à l'arrêt dans le réservoir, sont notées p_0 , ρ_0 et T_0 .

Hypothèses du modèle 1D

On fait l'hypothèse que l'écoulement est unidimensionnel : les différentes grandeurs ne dépendent que de x . On utilisera alors des bilans intégrés sur des volumes de contrôles tels que celui illustré en Fig. 12.

Cette approximation n'est pas valable près des parois, où il faudrait respecter la condition de non-glissement en fluide réel. On constate toutefois expérimentalement que cette approximation est bonne pour des écoulements turbulents où les profils de vitesse sont assez plats ($\vec{U}(x, y, z) \simeq u(x)\vec{e}_x$), et lorsque les sections évoluent lentement ($\frac{dA}{dx} \ll 1$).

On suppose également le fluide parfait (viscosité nulle), l'écoulement stationnaire ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$), et qu'il n'y a pas d'apports de chaleur de l'extérieur (écoulement adiabatique). On néglige également les efforts volumiques extérieurs (pas de gravité).

Relation d'Hugoniot

1. Ecrire le bilan de masse sur le volume de contrôle de la figure 12.
2. Ecrire le bilan de quantité de mouvement sur ce même volume de contrôle.
3. En écrivant ces bilans sous forme différentielle, montrer que le bilan de masse peut s'écrire :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{du}{u} = 0$$

4. et que le bilan de quantité de mouvement peut s'écrire :

$$dp + \rho u du = 0$$

5. Dans le cas où $\rho = \text{cte}$, qu'obtient-on en intégrant la relation précédente ?
6. S'il n'y a pas de discontinuité (choc) dans l'écoulement de fluide parfait adiabatique, l'entropie est conservée. La loi d'état du fluide est écrite sous la forme générale :

$$p = f(\rho, s)$$

On rappelle que la vitesse du son c est définie par :

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s$$

Montrer alors la relation suivante :

$$dp = c^2 d\rho$$

7. En utilisant cette relation 6, le bilan de masse obtenu en 3 et le bilan de quantité de mouvement obtenu en 4, et en introduisant le nombre de Mach $M = \frac{u}{c}$, montrer que :

$$\frac{dA}{A} + (1 - M^2) \frac{du}{u} = 0$$

8. A partir de cette relation dite relation d'Hugoniot, discuter la raison de la forme convergente et divergente de la tuyère dont le rôle est d'accélérer continuellement le fluide. Quel est le seul endroit où on peut avoir $M = 1$?

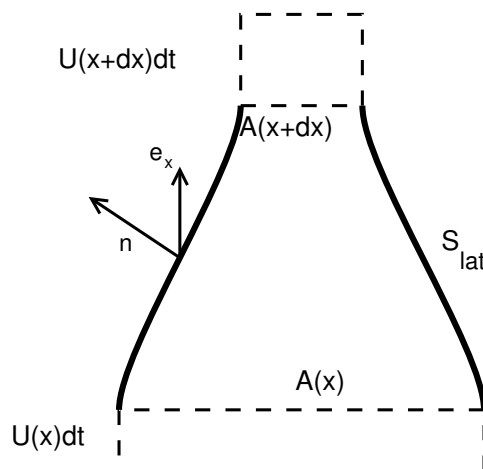


FIGURE 12 – Volume de contrôle délimité par les parois de la tuyère S_{lat} et les sections d'entrée $A(x)$ et de sortie $A(x + dx) = A + dA$. Les normales sortantes sont également représentées.

Calcul des grandeurs pour le gaz parfait polytropique

On suppose que le fluide se comporte comme un gaz parfait polytropique d'exposant γ . Son enthalpie massique ne dépend que de la température : $dh = C_p dT$. On suppose de plus que $C_p = \text{cte}$.

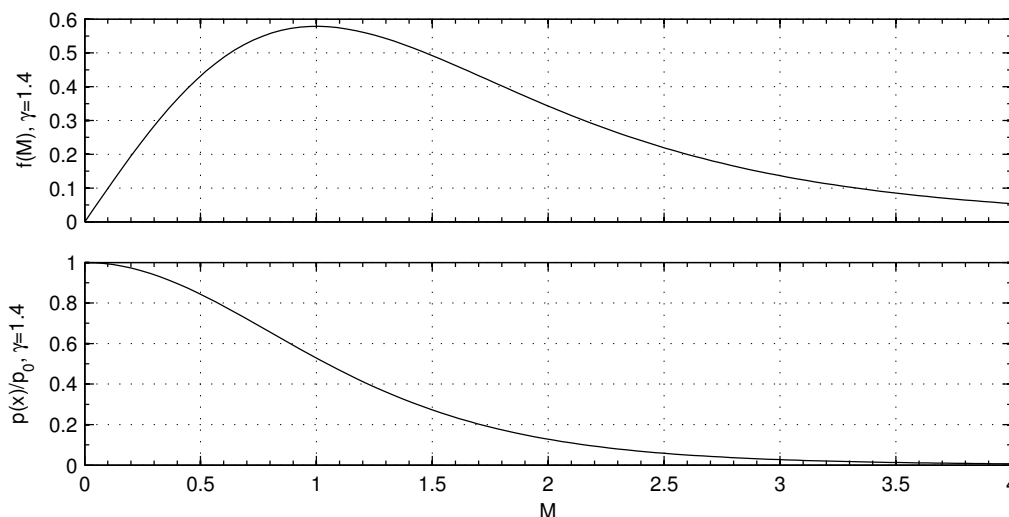


FIGURE 13 – Fonction $f(M) = \frac{\rho(x)}{\rho_0} \sqrt{\frac{T(x)}{T_0}} M(x)$ et rapport de pression pour $\gamma = 1.4$.

1. Montrer la relation suivante entre les conditions dans le réservoir et en un point x de la tuyère :

$$C_p T_0 = C_p T(x) + \frac{1}{2} M^2(x) c^2(x)$$

2. On rappelle que pour le gaz parfait polytropique de loi d'état $p = \rho r T$, $c^2 = \gamma r T$. Montrer que :

$$\frac{T(x)}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2(x) \right)^{-1}$$

3. Si l'évolution entre les conditions au réservoir et la section courante est isentropique (sans choc), montrer que :

$$\frac{p(x)}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2(x) \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$\frac{\rho(x)}{\rho_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2(x) \right)^{\frac{1}{1 - \gamma}}$$

4. Soit $\dot{m} = \rho A u$ le débit massique. Montrer que :

$$\dot{m} = \frac{\rho(x)}{\rho_0} \sqrt{\frac{T(x)}{T_0}} M(x) \rho_0 c_0 A$$

5. La fonction du nombre de Mach $f(M) = \frac{\rho(x)}{\rho_0} \sqrt{\frac{T(x)}{T_0}} M(x)$ est tracée en Fig. 13. Quel est, en fonction de l'aire au col A_c et des conditions dans le réservoir le débit maximum que peut véhiculer la tuyère ?

Partie divergente de la tuyère

On suppose maintenant que la tuyère est amorcée : $M_c = 1$ et le débit est fixé.

1. Dans ce cas, que vaut la fonction $f(M)$ en une section quelconque $A(x)$ en fonction du débit \dot{m} , de la section au col A_c et des conditions génératrices ?
2. Montrer que la solution est unique dans la partie convergente, mais qu'il peut y avoir deux solutions dans la partie divergente, à partir de la Fig. 13.
3. Si l'on applique ce calcul à la section terminale, on voit qu'on ne peut avoir de solution isentropique dans toute la tuyère, avec $M_c = 1$, que pour une valeur précise de la pression de sortie. On parle dans ce cas de tuyère adaptée. Montrer que dans ce cas, la poussée sur la tuyère vaut, avec u_s la vitesse d'éjection du gaz à la section terminale :

$$\vec{F} = -\dot{m}u_s\vec{e}_x$$

Application numérique

Une tuyère est dimensionnée pour détendre un gaz, assimilé à de l'air (gaz parfait polytropique avec $\gamma = 1.4$, $r = 287.5 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) entre un réservoir où $p_0 = 10$ bars, $T_0 = 573 \text{ K}$, et la pression atmosphérique (pression de sortie 1 bar). Le débit souhaité est de 4 kg.s^{-1} . On veut obtenir une tuyère adaptée.

1. Calculer la section à donner au col ;
2. Calculer la section terminale ;
3. En prenant un angle du divergent de 10° , quelle doit être la longueur du divergent ?
4. Calculer la poussée.

Pour aller plus loin

Lorsque la pression ambiante n'est pas égale à la pression de sortie calculée sous l'hypothèse de transformations isentropiques, un raccord va avoir lieu à travers des chocs droits ou obliques, permettant une recompression, ou bien à travers des ondes de détente. Ces processus sont générateurs d'entropie. Les différents régimes sont illustrés en Fig. 14.

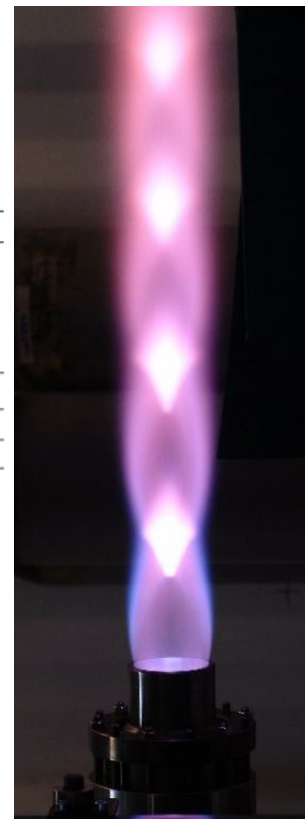
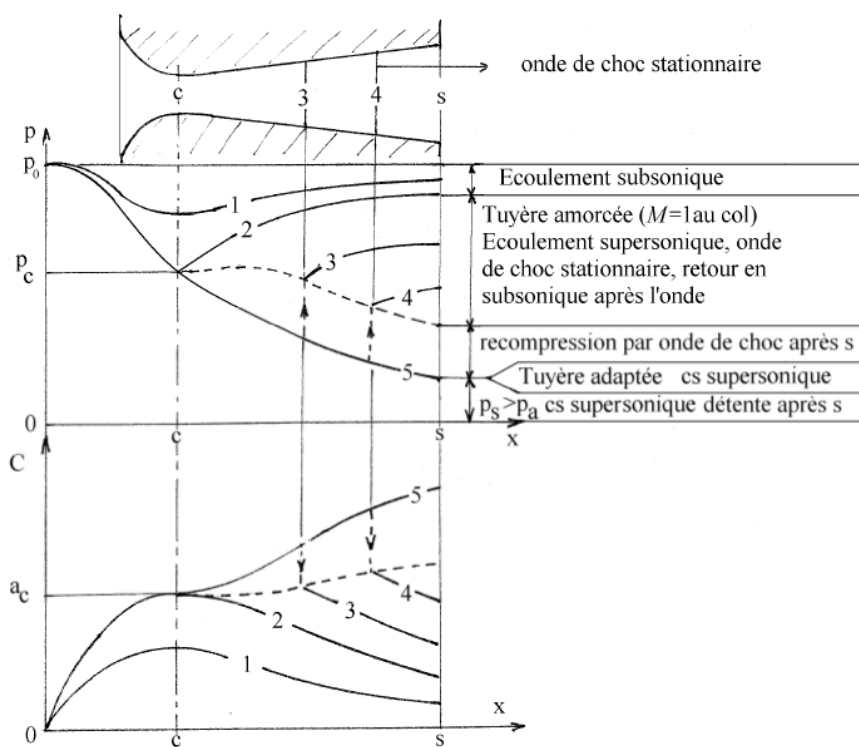


FIGURE 14 – Régimes d'écoulement dans une tuyère de Laval, en fonction de la pression ambiante.