

PGE - GIE2 - UEF ENGA

Module Turbomachines à écoulement incompressible

Florent Ravelet¹

Laboratoire d'Ingénierie des Fluides et des Systèmes Energétiques

¹Arts et Métiers - Sciences et Technologies

13 février 2023



LIFSE





Notions générales sur les turbomachines : résumé § 1



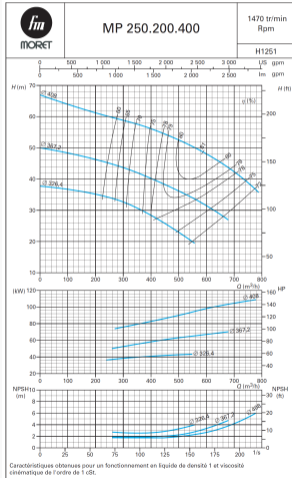
But d'une turbomachine à fluide : réaliser un échange d'énergie entre un fluide et un dispositif mécanique. Le transfert peut s'effectuer :

- dispositif mécanique vers fluide \Rightarrow **machine génératrice** (pompes, ventilateurs, soufflantes et compresseurs...)
- fluide vers partie mécanique \Rightarrow **machine réceptrice ou motrice** (moteurs hydrauliques, turbines hydrauliques ou à gaz, roulette du dentiste, éoliennes...)

Convention thermodynamique : *point de vue du fluide, i.e. $E > 0$ si fournie au fluide.*

- Variation état thermodynamique (pression, température, enthalpie massique, masse volumique, ...).
- Modèle de comportement du fluide :
 - Liquides, gaz en écoulement à faible vitesse par rapport à la vitesse du son : **écoulement incompressible**;
 - Gaz subissant de grandes détente ou compressions, en écoulement rapide : **écoulement compressible**.

Courbes caractéristiques d'une pompe centrifuge (**machine génératrice** en écoulement incompressible).



- **Energie mécanique totale** du fluide (déf. par unité de masse) :

$$e_{mech} = \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 + gz \quad (\text{J.kg}^{-1})$$

- Pour l'hydraulique : **charge hydraulique** \mathcal{H}

$$\mathcal{H} = \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} + z \quad (\text{J.N}^{-1} \text{ ou m.c.e})$$

- $gH_{MT\text{pompe}} = (e_{mech}^{out} - e_{mech}^{in})$
- $H_{MT\text{pompe}} = f(Q_v)$ pour un fluide donné, à vitesse de rotation donnée;
- Puissance sur arbre $P_a = f(Q_v)$;
- rendement global :

$$\eta_g = \frac{\rho g H_{MT\text{pompe}} \times Q_v}{P_a}$$

- $NPSH = f(Q_v)$: charge hydraulique totale minimale pour ne pas caviter.



**Paramètres dimensionnants,
éléments constitutifs d'une
turbomachine, similitude :
résumé § 2**



Etage élémentaire, paramètres adimensionnels

- Etage de compression :
 - Partie active mobile, **rotor** : roue avec n_r aubes (pales ou encore ailettes) (M).
 - Partie fixe, **stator** : diffuseur avec n_f ailettes (F) et volute (V).
- La courbe caractéristique d'une machine peut s'exprimer sous forme adimensionnelle :

$$\Psi = f(\Phi, \mathcal{R}, \text{geom})$$

Avec :

- $\Psi = \frac{\Delta p_t}{\rho R_e^2 \omega^2}$ le coefficient de pression,
- $\Phi = \frac{Q_V}{R_e^3 \omega}$ le coefficient de débit,
- $\mathcal{R} = \frac{\rho R_e^2 \omega}{\mu}$ le nombre de Reynolds.



Vitesse spécifique et rayon spécifique

- On définit :
 - la vitesse spécifique :

$$\Omega = \frac{\omega Q_v^{1/2}}{\left(\frac{\Delta p_t}{\rho}\right)^{3/4}}$$

- le rayon spécifique :

$$\Lambda = \frac{R_e \left(\frac{\Delta p_t}{\rho}\right)^{1/4}}{Q_v^{1/2}}$$

- $\Omega \lesssim 1$: machine centrifuge,
- $\Omega \gtrsim 3$: machine axiale,
- Corrélation empirique sur le couple Ω ; Λ optimal (diagramme de Cordier).



Conclusions

- Les pompes axiales, mixtes ou hélico-centrifuges et centrifuges ne répondent pas au même besoin relatif en termes de débit/pression.
- A partir d'un cahier des charges, la vitesse spécifique Ω oriente vers un premier type de pompe.
- A partir d'un cahier des charges, le diagramme de Cordier oriente vers une dimension optimale.
- Si une pompe existante ne convient pas exactement, on peut modifier son point de fonctionnement optimal par similitude en vitesse angulaire ou par similitude géométrique.
- Elles ont des comportements caractéristiques différents (pente des courbes) : Ce ne sont pas les mêmes forces qui dominent l'échange d'énergie dans les machines centrifuges et axiales.



**Cinématique des écoulements,
Mécanisme de la compression,
Théorème d'Euler des
turbomachines : résumé § 3**



Décomposition bidimensionnelle de la géométrie et cinématique de l'écoulement

- Système de coordonnées cylindrique r, θ, z . Décomposition en deux « vues » :
 - Vue « méridienne » : Plan $r ; z$ et coordonnée méridienne $dm = \sqrt{dr^2 + dz^2}$
 - Vue « aube-à-aube sur nappe de courant » :
 - surface $r\theta ; m$ (machine axiale)
 - transfo conforme $\eta = \int_0^m \frac{1}{r} dm$ et θ (machines mixtes)
- Vitesse absolue \vec{C} , vitesse d'entraînement $\vec{U} = r\omega\vec{e}_\theta$, vitesse relative \vec{W} :
 - Composition des vitesses $\vec{C} = \vec{U} + \vec{W}$
 - décomposée en vitesse méridienne débitante $C_m = \sqrt{C_r^2 + C_z^2}$ et vitesse giratoire $C_\theta\vec{e}_\theta$
 - Angle absolu d'écoulement $\alpha = \arctan\left(\frac{C_\theta}{C_m}\right)$
 - Angle d'écoulement relatif $\beta = \arctan\left(\frac{W_\theta}{W_m}\right) = \arctan\left(\frac{W_\theta}{C_m}\right)$



Fonctionnement des grilles d'aubes

1. Grille d'aubes fixe :
 - Pas d'apport d'énergie.
 - C'est un transformateur d'énergie : Energie de vitesse (cinétique) en énergie de pression.
 - Redresseur ou stator.
2. Grille d'aubes mobile :
 - Fournit de l'énergie au fluide.
 - C'est un transformateur d'énergie : Energie mécanique en énergie de vitesse. (cinétique) et en énergie de pression.
 - Rotor
3. Théorème d'Euler des turbomachines (lien entre cinématique de l'écoulement et travail échangé par unité de masse w_m sur la roue) :

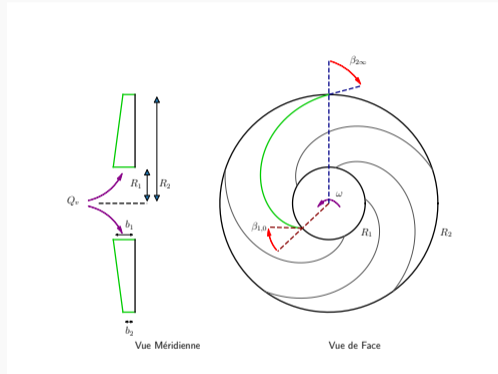
$$w_m = \Delta_{in}^{out} (UC_\theta) \quad (1)$$



**Etude du fonctionnement de la
roue d'une pompe centrifuge.
Analyse des triangles de vitesse
en entrée-sortie, débit
d'adaptation, apport d'énergie
(sans pertes)**



Paramètres géométriques et de fonctionnement



6 paramètres géométriques :

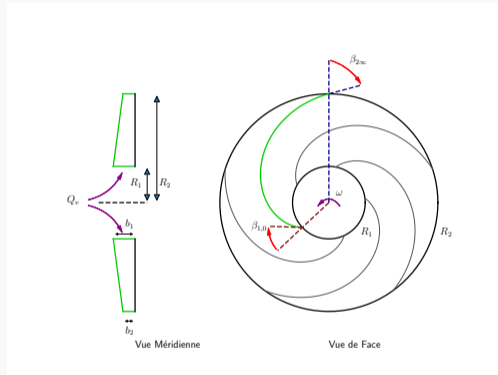
- A l'entrée : R_1 , b_1 , $\beta_{1,0}$
- A la sortie : R_2 , b_2 , $\beta_{2,\infty}$

2 paramètres de fonctionnement :

- Vitesse angulaire ω ($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)
- Débit volumique Q_v ($\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$)



Paramètres déduits



Surfaces débitantes :

- A l'entrée : $S_1 = 2\pi R_1 b_1$
- A la sortie : $S_2 = 2\pi R_2 b_2$

Vitesses débitantes

- A l'entrée : $C_{m,1} = Q_v / S_1$
- A la sortie : $C_{m,2} = Q_v / S_2$



Triangle des vitesses en entrée (1/2)

- Hypothèse entrée sans giration (sans pré-rotation) :

$$C_{\theta,1} = 0$$

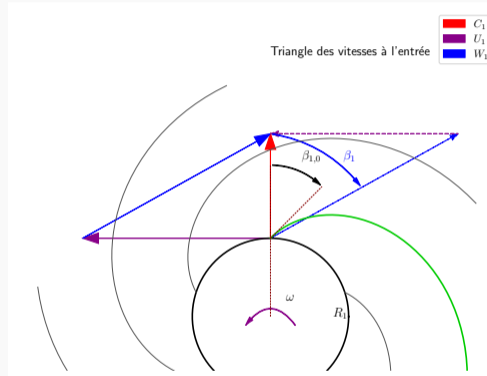
$$\vec{C}_1 = C_{m,1}\vec{e}_m + 0\vec{e}_\theta$$

- $\vec{U}_1 = 0\vec{e}_m + R_1\omega\vec{e}_\theta$

- $\vec{C}_1 = \vec{W}_1 + \vec{U}_1$

- D'où :

$$\begin{aligned}\tan \beta_1 &= \left(\frac{W_{\theta,1}}{W_{m,1}} \right) \\ &= \left(\frac{W_{\theta,1}}{C_{m,1}} \right) \\ &= \left(\frac{U_1 - C_{\theta,1}}{C_{m,1}} \right) \\ &= \left(\frac{R_1\omega}{C_{m,1}} \right) \\ \tan \beta_1 &= \left(\frac{2\pi R_1^2 b_1 \omega}{Q_v} \right)\end{aligned}$$





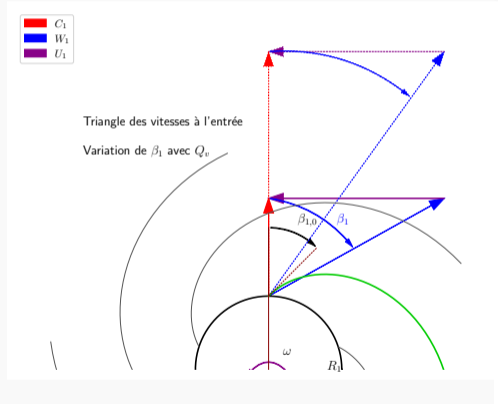
Triangle des vitesses en entrée (2/2)

- Si Q_v augmente $\rightarrow \beta_1$ diminue
- Si Q_v diminue $\rightarrow \beta_1$ augmente
- Fonctionnement adapté si angle fluide = angle d'aubage :

$$\exists Q_{v,a} \mid \beta_1 = \beta_{1,0}$$

- Débit d'adaptation $Q_{v,a}$:

$$Q_{v,a} = \left(\frac{2\pi R_1^2 b_1 \omega}{\tan(\beta_{1,0})} \right)$$





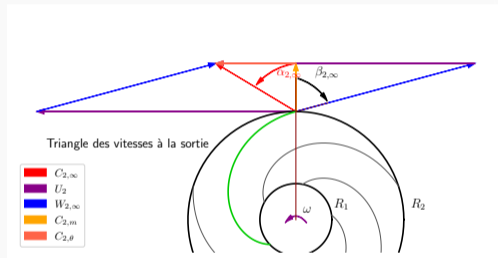
Triangle des vitesses en sortie (1/2)

- o Hypothèse d'Euler : en fluide parfait, avec un nombre d'aubages *infini*, l'écoulement en sortie est contraint à sortir avec une direction tangente aux aubages :

$$\beta_2 = \beta_{2,\infty}$$

- o A partir des définitions :

$$\begin{aligned}\tan(\beta_{2,\infty}) &= \frac{W_{\theta,2,\infty}}{C_{m,2}} \\ &= \frac{U_2 - C_{\theta,2,\infty}}{C_{m,2}} \\ C_{\theta,2,\infty} &= U_2 - C_{m,2} \tan(\beta_{2,\infty}) \\ &= R_2 \omega - \frac{Q_v}{2\pi R_2 b_2} \tan(\beta_{2,\infty})\end{aligned}$$



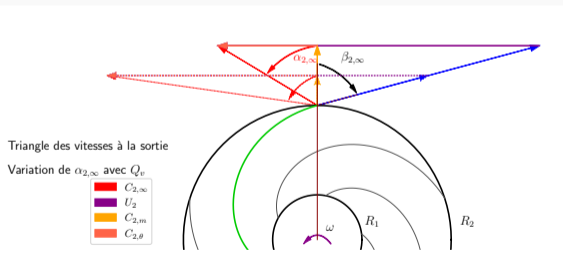


Triangle des vitesses en sortie (2/2)

- o Théorème d'Euler des turbomachines (en fluide parfait, en nombre d'aubages infini, sans pré-rotation) :

$$w_{m,\infty} = gH_{MT\,th,\infty} = R_2\omega \left(R_2\omega - \frac{Q_v}{2\pi R_2 b_2} \tan(\beta_{2,\infty}) \right) \quad (2)$$

- o Si Q_v diminue $\rightarrow C_{\theta,2,\infty}$ augmente. A débit nul, $gH_{MT\,th,\infty}(0) = (R_2\omega)^2$.
- o Si Q_v augmente $\rightarrow C_{\theta,2,\infty}$ diminue. Débit maximum théorique tel que $H_{MT} = 0$.





Conclusions partielles (sans pré-rotation)

- L'entrée de la roue :
 - fixe le débit d'adaptation $Q_{v,a}$;
 - conditionne le débit maximal de la roue.
- La sortie de la roue :
 - génère la hauteur manométrique totale due à la roue ;
 - conditionne le débit maximal ;
 - conditionne la pente de la courbe caractéristique.
- Après une roue centrifuge (angle $\delta = \pi/2$), l'écoulement débitant est radial, et il y a une composante giratoire $C_{\theta,2}$. La volute récupère et redresse l'écoulement, tout en convertissant une partie de l'énergie cinétique en pression.

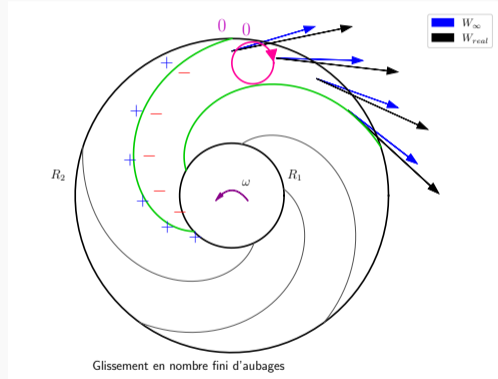


Correction hypothèse d'Euler en sortie (1/2)

- Hypothèse d'Euler : en fluide parfait, avec un nombre d'aubages *infini*, l'écoulement en sortie est contraint à sortir avec une direction tangente aux aubages :

$$\beta_2 = \beta_{2,\infty}$$

- Nombre d'aubages fini : le fluide est moins contraint en sortie. Forces de Coriolis \Rightarrow écoulement secondaire (tourbillon contrarotatif entre deux pales) \Rightarrow déviation de \vec{W}_2 en sens inverse de la rotation.





Correction hypothèse d'Euler en sortie (2/2)

- Conséquences :

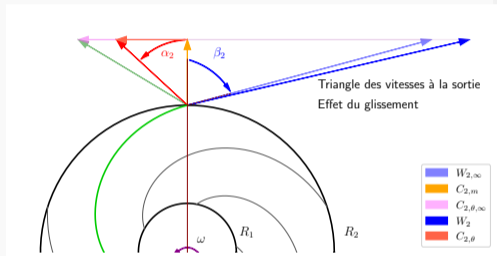
$$\begin{aligned} \beta_2 &\geq \beta_{2,\infty} \\ C_{\theta,2} &\leq C_{\theta,2,\infty} \\ w_m &\leq w_{m,\infty} \end{aligned}$$

- L'écart est de l'ordre de 5° à 10° .
- Modélisation : coefficient de glissement μ défini par

$$\mu = \frac{C_{\theta,2}}{C_{\theta,2,\infty}}$$

- Il existe de multiples corrélations empiriques pour μ . On utilisera en TD la corrélation de Pfeleiderer (avec Z le nombre d'aubages) :

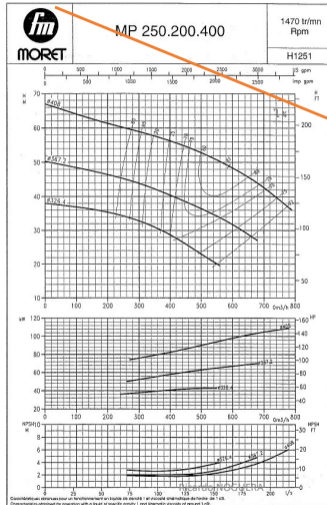
$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{1.2 (1 + \cos(\beta_{2,\infty}))}{Z \left(1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right)}}$$



- On remarque que $0 \leq \mu \leq 1$.
- Si Z augmente, $\mu \rightarrow 1$ (en nombre d'aubage infini $\beta_2 = \beta_{2,\infty}$).
- La corrélation pour μ n'est valable qu'à $Q_{V,a}$.
- On observe que le travail massique sur la roue ($w_m = U_2 C_{\theta,2}$) en fonction de Q_V est en première approximation parallèle à la droite (c.f. éq. 2 planche 17) $w_{m,\infty} = f(Q_V)$.



**Etude du fonctionnement de la
roue d'une pompe centrifuge.
Situation réelle : modèles de
pertes, rendements**



H_{th}





IV.1.- Types de pertes

1. Pertes hydrauliques
2. Pertes mécaniques
3. Pertes volumétriques



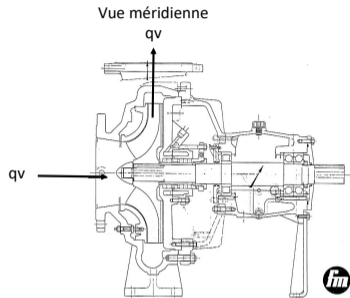
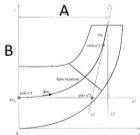
IV.1.- Types de pertes

1. Pertes hydrauliques:

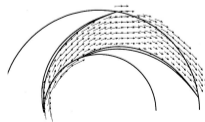
- ✓ **Changement de direction**
- ✓ Changement de section
- ✓ Frottement
- ✓ Désadaptation

Changement de direction: $\Delta h_d = K_d qv^2$

- Direction axiale à direction radiale: **Elipse**
- De β_{10} à $\beta_{2\infty}$: **Forme et longueur des pales**



Vue de face

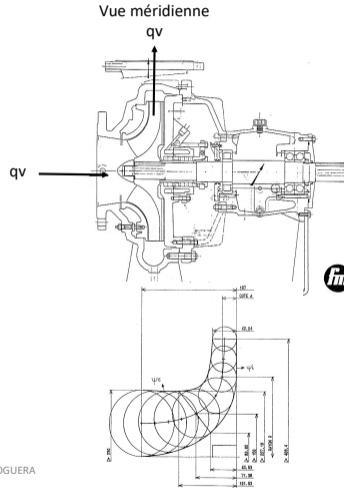
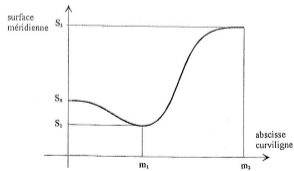




IV.1.- Types de pertes

1. Pertes hydrauliques:
 - ✓ Changement de direction
 - ✓ **Changement de section**
 - ✓ Frottement
 - ✓ Désadaptation

Changement de section: $\Delta h_s = K_s qv^2$



Ricardo NOGUERA

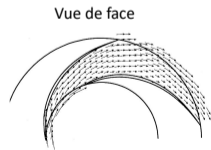
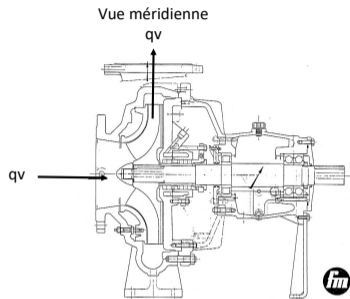
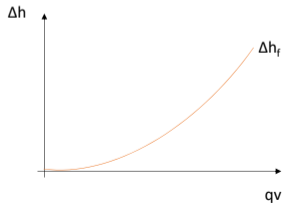
37



IV.1.- Types de pertes

1. Pertes hydrauliques:
 - ✓ Changement de direction
 - ✓ Changement de section
 - ✓ **Frottement**
 - ✓ Désadaptation

$$\text{Frottement: } \Delta h_f = k_f' C^2 = k_f qv^2$$

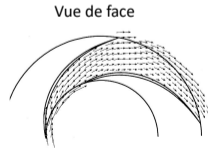
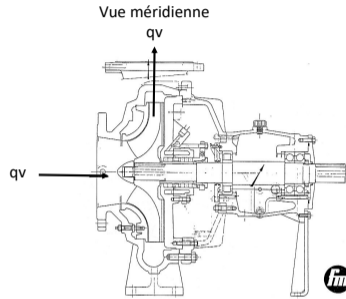
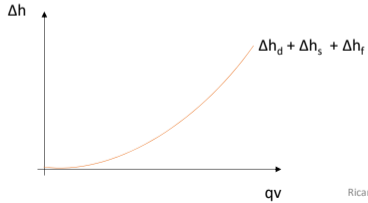




IV.1.- Types de pertes

1. Pertes hydrauliques:
 - ✓ **Changement de direction**
 - ✓ **Changement de section**
 - ✓ **Frottement**
 - ✓ **Désadaptation**

$$\Delta h_d + \Delta h_s + \Delta h_f = (k_d + k_s + k_f) qv^2$$

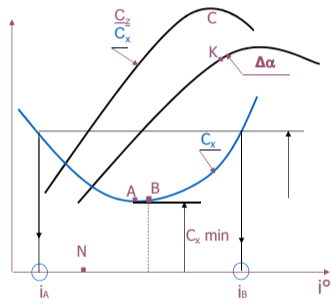
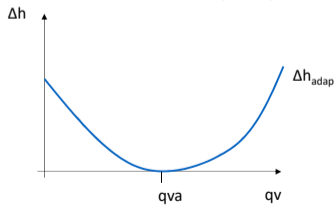




IV.1.- Types de pertes

1. Pertes hydrauliques:
 - ✓ Changement de direction
 - ✓ Changement de section
 - ✓ Frottement
 - ✓ **Désadaptation**

$$\text{Désadaptation: } \Delta h_{\text{adap}} = K_{\text{adap}} (qv - qva)^2$$



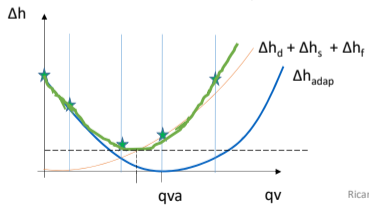


IV.1.- Types de pertes

1. Pertes hydrauliques:

- ✓ Changement de direction
- ✓ Changement de section
- ✓ Frottement
- ✓ Désadaptation

Pertes hydrauliques : $\Delta h_{\text{hyd}} = \Delta h_d + \Delta h_s + \Delta h_f + \Delta h_{\text{adap}}$



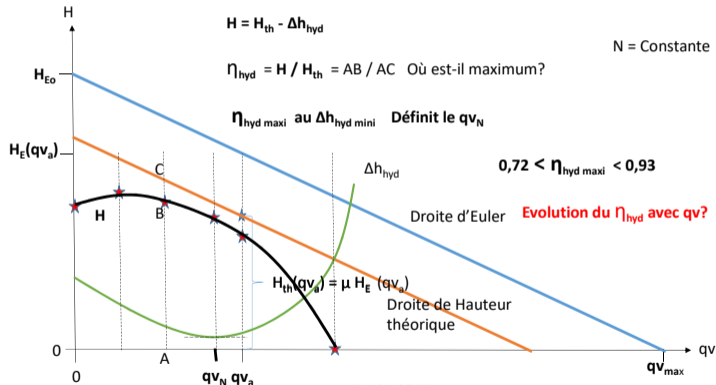
Ricardo NOGUERA

41



IV.1.- Types de pertes

1. Hauteur réelle:



Ricardo NOGUERA

42



IV.1.- Types de pertes

2. Pertes mécaniques:

- ✓ Pertes sur les paliers (roulements, coussinets, ...)
- ✓ Parties non actives: extérieur des flasques (frottement de disque: rugosité de surface, v)
- ✓ Pertes dans le système d'étanchéité (presse-étoupe, garniture d'étanchéité, ...)

Tout ça consomme de l'énergie fournie sur l'arbre de la roue ($\mathcal{P}_{\text{méca}}$) qui ne dépend pas du point de fonctionnement, mais de la vitesse de rotation et elle varie avec N^2 .

$\mathcal{P}_{\text{méca}}$: Constante pour N donnée.

\mathcal{P}_{abs} : Puissance fournie sur l'arbre (varie avec N^3)

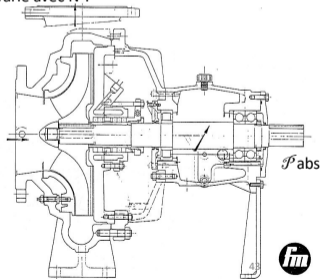
$\mathcal{P}_{\text{roue}}$: Puissance fournie à la roue

$$\eta_{\text{méca}} = \mathcal{P}_{\text{roue}} / \mathcal{P}_{\text{abs}} = (\mathcal{P}_{\text{abs}} - \mathcal{P}_{\text{méca}}) / \mathcal{P}_{\text{abs}} = (N^3 - N^2) / N^3$$

$$0,90 < \eta_{\text{méca}} < 0,97$$

Evolution du $\eta_{\text{méca}}$ avec N ?

Ricardo NOGUERA





IV.1.- Types de pertes

3. Pertes volumétriques:

- ✓ Dues aux fuites internes.
- ✓ Jeux de fonctionnement
- ✓ Système d'équilibrage de la poussé axiale (trous d'équilibrage) q_v p_2

q_v : Débit pompé

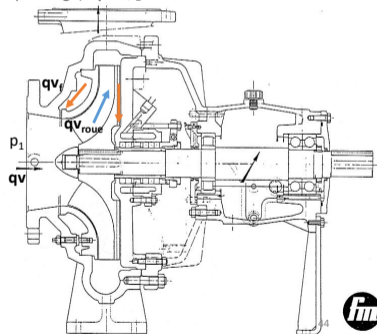
$q_{v_{roue}}$: Débit qui traverse la roue

q_{v_f} : Débit de fuite

$$\eta_{vol} = q_v / q_{v_{roue}} = q_v / (q_v + q_{v_f})$$

$$0,85 < \eta_{vol} < 0,98$$

Evolution du η_{vol} avec q_v ?

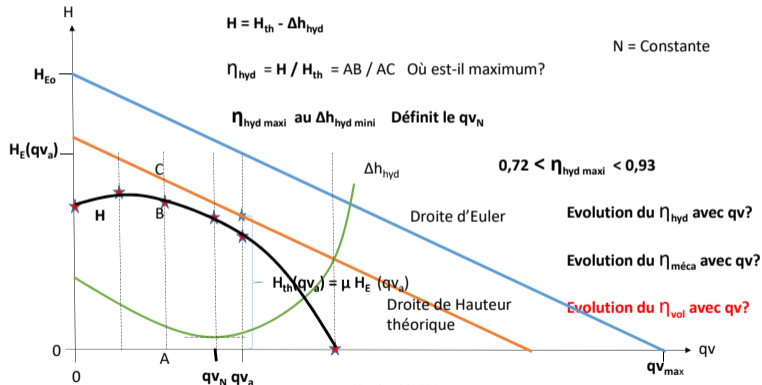


Ricardo NOGUERA



IV.1.- Types de pertes

1. Hauteur réelle:



Ricardo NOGUERA

45