Formation Ingénieur 2000, filière « Génie Energétique ». Ecoulements multiphasiques. Mesure de la tension de surface par la technique de la goutte pendante

F. Ravelet[a]
[a] *Arts et Metiers ParisTech, DynFluid,*
151 boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France.
contact: florent.ravelet@ensam.eu

1er décembre 2014

Introduction

La tension superficielle est un paramètre physique clé pour l'étude des écoulements multiphasiques. Comme nous l'avons vu en TP, c'est ainsi l'un des paramètres qui va contrôler les formes et coefficients de trainée de gouttes et bulles en mouvement dans un fluide porteur.

L'objet du TP est de présenter une des méthodes de mesure de cette grandeur.

Méthode de la goutte pendante

Le principe de cette mesure repose sur l'analyse de la forme d'une goutte liquide pendante ou montante, plongée dans de l'air ou un autre liquide immiscible [1]. Cette forme dépend d'un équilibre entre force de gravité et effets de tension de surface. La tension interfaciale correspond à une énergie surfacique, et tend à maintenir les gouttes sphériques (pour minimiser la surface de l'interface) alors que les effets gravitaires en volume vont causer des déformations.

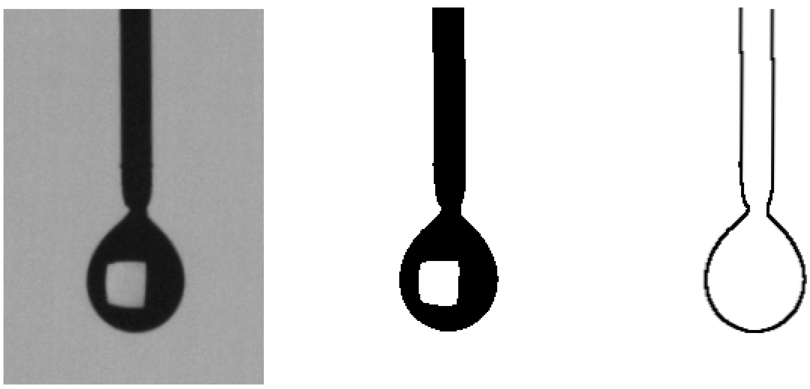

Figure 1 – Exemple d'image de goutte pendante au bout d'une seringue. De gauche à droite : image brute, image binarisée, contour détecté.

La méthode de la goutte pendante est une méthode couramment utilisée, qui nécessite une faible quantité de liquide et qui permet d'obtenir de façon rapide une mesure relativement précise de la tension superficielle. On forme au bout d'un tube capillaire une goutte (ou une bulle) à l'équilibre et on analyse sa forme à l'aide de logiciels de traitement d'image (voir Fig. 1).

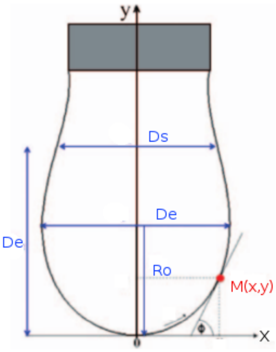

FIGURE 2 – Système de coordonnées utilisé. L'origine des axes est en bas de la goutte (apex) où le rayon de courbure est R_0. La tangente à la goutte au point courant $M(x, y)$ fait un angle ϕ avec l'horizontale. D_e est le diamètre maximum, D_s est le diamètre mesuré à une distance D_e de l'apex.

On va paramétrer le contour comme indiqué en Fig 2. La masse volumique dans la goutte est ρ_1, la masse volumique à l'extérieur est ρ_2. La tension interfaciale est notée γ. Les rayons de courbures au point $M(x, y)$ sont notés R_a et R_b (à l'apex, on a $R_a = R_b = R_0$).

D'après le principe fondamental de l'hydrostatique, la pression à l'altitude y dans la goutte est :

$$p_1(y) = p_1(0) - \rho_1 g y$$

La pression à l'extérieur de la goutte est :

$$p_2(y) = p_2(0) - \rho_2 g y$$

D'après la loi de Laplace, la différence de pression entre l'intérieur de la goutte et l'atmosphère due à la tension de surface vaut :

$$p_1(y) - p_2(y) = \gamma \left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right)$$

On en déduit :

$$\gamma \left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right) = \frac{2\gamma}{R_0} - (\rho_1 - \rho_2) g y \tag{1}$$

En utilisant l'abscisse curviligne depuis l'apex s et les notations de la Fig. 2, on obtient le système d'équations suivant, décrivant la forme de la goutte sous forme paramétrique :

$$\begin{aligned}
\gamma \frac{d\phi}{ds} &= \gamma \frac{2}{R_0} - (\rho_1 - \rho_2) g y - \gamma \frac{\sin(\phi)}{x} \\
\frac{dx}{ds} &= \cos(\phi) \\
\frac{dy}{ds} &= \sin(\phi)
\end{aligned}$$

En adimensionnant les longueurs par R_0, le système devient :

$$\begin{aligned}
\frac{d\phi}{dS} &= 2 - \beta Y - \frac{\sin(\phi)}{X} && (2)\\
\frac{dX}{dS} &= \cos(\phi) && (3)\\
\frac{dY}{dS} &= \sin(\phi) && (4)
\end{aligned}$$

Ce système d'équation peut se résoudre par intégration numérique et va donner une famille de courbes $M(X, Y)$ dépendant uniquement de β, qui est donc également appelé « facteur de forme ». On a alors le choix entre deux méthodes :

— On extrait le contour et on cherche les R_0 et β par un ajustement de courbes (fit) [1].

— On utilise une corrélation empirique établie au préalable.

Cette dernière solution est assez simple, et est d'ailleurs utilisée comme condition initiale pour les méthodes par ajustement de contours. A partir des mesures sur l'image de D_e et D_s (voir Fig. 2), on définit $\sigma = D_s/D_e$. On calcule ensuite les deux quantités suivantes :

$$\beta = 0.12836 - 0.7577\sigma + 1.7713\sigma^2 - 0.5426\sigma^3$$

$$\frac{D_e}{2R_0} = 0.9987 + 0.1987\beta - 0.0734\beta^2 + 0.34708\beta^3$$

D'où on déduit γ.

Questions préparatoires

1. Expliquer le passage de l'équation 1 à l'équation 2 au moyen d'une illustration montrant les rayons de courbure, sur un schéma de principe s'inspirant de la Fig. 2.
2. Exprimer β dans l'équation 2 en fonction de $\gamma, g, R_0, \rho_1, \rho_2$. Quelle est sa dimension ? Ce nombre vous rappelle-t-il quelque chose ?

Expérience

Le dispositif est constitué d'un tube capillaire de diamètre extérieur 1.3 mm, au bout duquel on formera une goutte d'eau, dans de l'air ou dans une huile silicone. Cette goutte sera filmée au moyen d'une caméra rapide. Vous disposez du logiciel d'analyse d'images ImageJ, ainsi que de Matlab où la méthode décrite dans les Refs. [1, 2] a été implémentée et est appelée par le script « TraiteImage.m ».

Objectif : Mesurer la tension de surface pour un des deux fluides. Répéter cinq fois la mesure.

Références

[1] Pierre-Marie Gassin, *Mesure de la tension superficielle par la technique de la goutte pendante*, Le BUP, **963**, 567–574 (2014).

[2] A. R. Albis and A. F. Rincón, *Young-Laplace Equation in convenient polar coordinates and its implementation in Matlab*, Revista Columbiana de Química, **39**, 413–425 (2010).