

NFI/GE3, Option « Nucléaire ».
Physique nucléaire et neutronique, résumé des informations à
retenir.

F. Ravelet^a

^a *Arts et Metiers ParisTech, DynFluid,*
151 boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France.
contact: florent.ravelet@ensam.eu

30 octobre 2017

1 Unités et principaux ordres de grandeurs

- Echelle des noyaux : le fermi 10^{-15} m
- Unité de surface pour les sections efficaces : le barn 10^{-28} m² (ou 10^{-24} cm²)
- Nombre d'Avogadro (nombre d'atomes dans 12 g de $^{12}_6C$) : $\mathcal{N}_A = 6.022 \times 10^{23}$
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 2.998 \times 10^8$ m.s⁻¹
- Constante de Planck $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J.s
- Unité d'énergie : l'électron-volt, $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19}$ J
- Unité de masse atomique (1/12 de la masse de l'atome de $^{12}_6C$) : $1 \text{ u} = 931.494 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$
- Masse au repos de l'électron $m_e = 0.511 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$
- Masse au repos du proton $m_p = 938.27 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$
- Masse au repos du neutron $m_n = 939.57 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$

2 Rappels de Physique

- Définition de l'impulsion (quantité de mouvement) $\vec{p} = m\vec{v}$
- Notion de masse *au repos* m_0
- Equivalence masse-énergie $E = mc^2$
- $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$
- On a : $E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4$
- Longueur d'onde associée à une particule d'énergie E : $\lambda = \frac{h}{p}$ (le nombre d'onde \vec{k} est tel que $\vec{p} = \hbar\vec{k}$).
- Fréquence associée à une particule d'énergie E : $E = h\nu$
- Le photon a une masse *au repos* nulle : il se déplace toujours à c , il transporte une énergie $h\nu$ et une impulsion E/c .

3 Physique des noyaux

- Un noyau est composé de Z protons et N neutrons *liés*.
- Un élément X est caractérisé par Z , différents isotopes d'un même éléments diffèrent par le nombre de neutrons N .

- $A = Z + N$ nombre total de nucléons est le *nombre de masse*.
- symbole ${}^Z_A X$
- L'état lié du noyau ${}^Z_A X$ est caractérisé par une *énergie de liaison* \mathcal{B} , qui se traduit par un *défaut de masse* Δm . Avec m_X la masse du noyau :

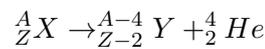
$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_X$$

$$\mathcal{B} = \Delta mc^2$$

- Le modèle de la goutte fourni une bonne estimation de l'énergie de liaison en fonction de A et Z .
- Si un noyau ${}^Z_A X$ peut trouver une configuration plus *liée* dans son voisinage, il évoluera vers cette situation plus favorable énergétiquement en subissant une *désintégration radioactive*.

4 Radioactivité

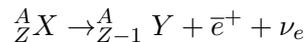
- Désintégration α (concerne les noyaux lourds, dégage 4 à 8 MeV) :



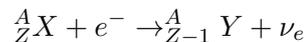
- Désintégration β^- (concerne les noyaux légers trop riches en neutrons, dégage de l'ordre de 0.5 MeV) :



- Désintégration β^+ (concerne les noyaux légers trop riches en protons, dégage de l'ordre de 0.5 MeV) :



- Capture électronique (alternative à β^+) :



- Désexcitation γ : le noyau issu d'une désintégration est souvent dans un état excité et regagne son état fondamental en émettant un photon γ de quelques 10 keV au MeV. La fréquence du γ est une signature du noyau.
- Constante de décroissance radioactive λ : si $N(t)$ est le nombre de noyaux à l'instant t , on a :

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

- D'où la loi exponentielle de décroissance :

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$$

- Période radioactive : temps pour lequel la moitié des noyaux ont subi une désintégration.

$$T = \frac{\log(2)}{\lambda}$$

- Activité : nombre de désintégrations par seconde (en Becquerels).

$$a = \lambda N$$

- Unité de dose reçue : le Gray, correspondant à une énergie par unité de masse de matière irradiée avec $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J.kg}^{-1}$
- Unité de dose efficace : le Sievert Sv, qui est du Gray pondéré par un facteur tenant compte du type de vecteur (particule α , β ou γ ou encore neutrons), et pour le vivant, du tissu touché.

5 Neutronique

a sections efficaces

- La section efficace microscopique σ est caractéristique d'une interaction entre un neutron et un noyau cible donné. Elle correspond à la surface effective de la cible « vue » par le neutron. On la mesure en barns. Elle dépend de l'énergie du neutron, le comportement générique étant une décroissance avec l'énergie.
- La section efficace macroscopique Σ donne la probabilité p d'une réaction entre un neutron et un noyau cible par unité de distance parcourue à travers la matière dx : cette probabilité est Σdx . Σ est en cm^{-1} . Avec N la densité de noyaux (nombre de noyaux par cm^3), on montre :

$$\Sigma = N\sigma$$

- Libre parcours moyen λ : distance moyenne parcourue dans le matériau considéré avant la première interaction.

$$\lambda = 1/\Sigma$$

- On distingue les réactions d'absorption (le neutron est perdu) et de diffusion (le neutron est réémis dans une direction aléatoire *et peut perdre de l'énergie*). On a une section efficace microscopique d'absorption σ_a et de diffusion (*scattering*) σ_s . Section efficace microscopique totale :

$$\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s$$

- Parmi les absorptions, on peut avoir une capture stérile ou une fission. Section efficace microscopique d'absorption :

$$\sigma_a = \sigma_c + \sigma_f$$

- Neutrons *thermiques* : en équilibre thermique avec la matière, à 300°C : $E \simeq 50$ meV
- Neutrons *rapides* : $E \simeq 1$ MeV

b fissions

- Réaction provoquée par capture de neutrons sur noyaux *fissiles* : ${}_{92}^{235}\text{U}$, ${}_{92}^{233}\text{U}$, ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ et ${}_{94}^{241}\text{Pu}$.
- Noyaux *fertiles* : ${}_{92}^{238}\text{U}$ convertible en ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ et ${}_{90}^{232}\text{Th}$ convertible en ${}_{92}^{233}\text{U}$ par capture de neutron.
- Dégagement d'énergie : $\simeq 200$ MeV
- Produits de fission : deux noyaux plus légers (un avec $A \simeq 90$ l'autre avec $A \simeq 140$), radioactifs β^- .
- Plusieurs neutrons libres : possibilité d'entretien des fissions. Ces neutrons sont *rapides* ($E \simeq 1$ MeV). Nombre moyen de neutrons libérés :

$$\nu = 2.439 \text{ pour } {}_{92}^{235}\text{U}$$

$$\nu = 2.874 \text{ pour } {}_{94}^{239}\text{Pu}$$

- Les neutrons issus de fission le sont soit instantanément (neutrons *prompts*), soit avec un temps de retard (neutrons *retardés*). Les neutrons retardés pilotent la cinétique (le temps caractéristique) du réacteur *proche* de l'équilibre. Proportions des neutrons retardés β^1 pour une fission induite par neutron thermique :

$$\beta = 680 \text{ pcm pour } {}^{235}\text{U}$$

$$\beta = 225 \text{ pcm pour } {}^{239}\text{Pu}$$

- Sections efficaces microscopiques (en barns) d'absorption, de fission et de diffusion pour des neutrons thermiques et rapides :

	σ_a (barns) thermiques	σ_a (barns) rapides	σ_f (barns) thermiques	σ_f (barns) rapides	σ_s (barns) thermiques	σ_s (barns) rapides
${}^{235}\text{U}$	681	2.33	582	1.81	13.8	4
${}^{238}\text{U}$	2.7	0.9	0.0	0.7	8.9	4
${}^{239}\text{Pu}$	1011	2.3	742	1.8	7.7	5
H_2O	0.322	0.0	0.0	0.0	20.7	2

c flux de neutrons (théorie monocinétique)

- Théorie monocinétique : on suppose que tous les neutrons ont la même énergie donc la même vitesse v .
- Densité n (neutrons.cm⁻³)
- Taux de réaction : nombre d'interactions par unité de volume et par unité de temps :

$$R = n\Sigma v$$

- On introduit le *flux* $\phi = nv$, donc

$$R = \Sigma\phi$$

- Le nombre de neutrons traversant une unité de surface par unité de temps et par unité d'angle solide dans la direction portée par $\vec{\Omega}$ est le *courant* :

$$\vec{J}(\vec{\Omega}) = n(\vec{\Omega})v\vec{\Omega}$$

- A travers une surface unitaire de normale orientée \vec{n} , il passe par unité de temps le *courant net* :

$$J_{net} = \int_{\text{all directions } \vec{\Omega}} \vec{J} \cdot \vec{n} d^2\Omega$$

que l'on décompose en J_+ le courant traversant dans le sens de la normale et J_- le courant traversant dans le sens inverse (compté en valeur absolue). On a :

$$J_{net} = J_+ - J_-$$

d bilan neutronique : équation de Boltzmann

- En faisant un bilan dans un volume élémentaire, on établit l'équation de Boltzmann :

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} = Q - \Sigma\phi - \text{div}(\vec{J})$$

Avec Q incluant les « vraies » sources en volume S et les neutrons réémis par diffusion ; et avec $\Sigma = \Sigma_a + \Sigma_s$ la section efficace macroscopique *totale*.

1. *pcm* = pour cent mille

- Version *stationnaire* en supposant une réémission par diffusion isotrope :

$$-div(\vec{J}) - \Sigma_a \phi + S = 0$$

- Approximation de la diffusion : on suppose que \vec{J} et ϕ sont liés par la relation, appelée *loi de Fick*² :

$$\vec{J} = -D\vec{\nabla}\phi$$

- On montre alors que :

$$D = \frac{1}{3\Sigma}$$

- Correction due à l'anisotropie des diffusions *dans le repère du laboratoire* :

$$D = \frac{1}{3\Sigma_{tr}}$$

Avec Σ_{tr} la section efficace *de transport* :

$$\Sigma_{tr} = \Sigma - \mu\Sigma_s$$

Où μ est la moyenne du cosinus de l'angle de diffusion. On montre, pour un noyau de nombre de masse A :

$$\mu \simeq \frac{2}{3A}$$

- Conditions aux limites avec un *corps noir* : si on décompose J_{net} en $J_+ - J_-$, on montre :

$$J_+ = \frac{\phi}{4} - \frac{D}{2} \frac{\partial \phi}{\partial n}$$

$$J_- = \frac{\phi}{4} + \frac{D}{2} \frac{\partial \phi}{\partial n}$$

On suppose qu'à la frontière extérieure du domaine on a un *corps noir*, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de neutrons qui reviennent. On applique donc une condition $J_- = 0$ sur les frontières du domaine de calcul, soit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{1}{2D} = -\frac{3\Sigma}{2}$$

En pratique, il est plus simple d'imposer $\phi = 0$ sur une frontière *extrapolée* d'une distance d ($\lambda = 1/\Sigma$ est le libre parcours moyen des neutrons dans le domaine.) :

$$d = 0.71\lambda$$

- A l'interface entre deux domaines 1 et 2, on a égalité des flux et des courants :

$$\phi_1 = \phi_2 \text{ et } D_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial n_1} = D_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial n_2}$$

- Equation de Boltzmann, régime stationnaire, approximation de la diffusion, avec sources dues à des fissions :

$$D\Delta\phi - \Sigma_a\phi + \nu\Sigma_f\phi = 0$$

2. c'est analogue à la loi de Fick pour la diffusion d'une espèce chimique, ou à la loi de Fourier pour la diffusion de chaleur : le transport de masse ou de chaleur est opposé au gradient de concentration ou de température.

e criticité

- Facteur de multiplication k : nombre moyen de fissions résultant d'une fission.
- Facteur de multiplication *infini* k_∞ : on raisonne sur un réacteur de taille infinie (pas de fuites).
- Pour les réacteurs fonctionnant avec des neutrons *thermiques*, on décompose le k_∞ en produit de 4 facteurs :

$$k_\infty = \epsilon p f \eta$$

1. ϵ : facteur de fission rapide (correction due aux quelques fissions provoquées directement par un neutron rapide). En REP : $\epsilon \simeq 1.07$
2. p : facteur *antitrappe*, probabilité pour le neutron rapide d'atteindre le domaine thermique sans être absorbé. En REP : $p \simeq 0.75$
3. f : facteur *d'utilisation thermique*, probabilité que le neutron thermique soit absorbé par le combustible. En REP : $f \simeq 0.92$
4. η : facteur *de reproduction*, nombre de neutrons émis par fission pour une absorption dans le combustible. En REP : $\eta \simeq 1.78$

Donc, en REP, $k_\infty \simeq 1.31$

- L'équation de Boltzmann (régime stationnaire, approximation de la diffusion, sources dues à des fissions) s'écrit aussi :

$$D\Delta\phi + (k_\infty - 1)\Sigma_a\phi = 0$$

- Condition de criticité :

$$(k_\infty - 1) \frac{\Sigma_a}{D} \text{ est valeur propre de l'opérateur laplacien}$$

- Solutions canoniques de l'équation :

$$\Delta\phi + B^2\phi = 0 \text{ et } \phi = 0 \text{ à la frontière}$$

Géométrie	B^2	flux ϕ
Sphère pleine rayon R	$\frac{\pi^2}{R^2}$	$\frac{\sin(\frac{\pi r}{R})}{r}$
Cylindre plein rayon R hauteur H	$\frac{j^2}{R^2} + \frac{\pi^2}{H^2}$	$\sin(\frac{\pi z}{H}) J_0(j \frac{r}{R})$ J_0 : fonction de Bessel de première espèce, $j = 2.40483$
Parallélépipède $a \times b \times c$	$\frac{\pi^2}{a^2} + \frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\pi^2}{c^2}$	$\sin(\frac{\pi x}{a}) \sin(\frac{\pi y}{b}) \sin(\frac{\pi z}{c})$

- Donc la condition de criticité équivaut à :

$$\frac{k_\infty}{1 + M^2 B^2} = 1$$

Avec

$$M^2 = \frac{D}{\Sigma_a}$$

- On montre aussi que, proche de la criticité :

$$k = \frac{k_\infty}{1 + M^2 B^2}$$

f cinétique des réacteurs

- Réactivité (en « pour cent mille » pcm) :

$$\rho = \frac{k - 1}{k}$$

- Proportion de neutrons *retardés* β : 1 « dollar » (\$).
- Temps caractéristique d'une génération (temps moyen qui sépare une fission de la fission suivante) : l . Ordre de grandeur en REP :

$$l \simeq 2 \times 10^{-5} \text{ s}$$

- Temps de vie moyen des précurseurs de neutrons retardés : $\bar{\tau}$. Ordre de grandeur en REP :

$$\bar{\tau} \simeq 11.3 \text{ s}$$

- Temps effectif d'une génération, *avec neutrons retardés* :

$$l_{eff} = l + \beta\bar{\tau}$$

Ordre de grandeur en REP :

$$l_{eff} \simeq 0.077 \text{ s}$$

- Evolution du nombre de neutrons en fonction du temps :

$$\text{si } \rho < \beta : n(t) = n_0 \exp\left(\frac{\rho}{l_{eff}}t\right)$$

$$\text{si } \rho > \beta : n(t) = n_0 \exp\left(\frac{\rho - \beta}{l}t\right)$$

g principaux effets de température sur la réactivité (REP)

- Effet Doppler : lié à la température du combustible, stabilisant, temps caractéristique de l'ordre de l_{eff} .

Supposons une augmentation de température. L'effet Doppler correspond à une augmentation des captures par ${}_{92}^{238}\text{U}$. Donc le facteur antitrappe p diminue, donc le facteur de multiplication diminue, donc la réactivité diminue, donc la température diminue.

- Effet de dilatation de l'eau : lié à la température du modérateur et dépend du rapport des volumes de modérateurs et de combustible. Stabilisant ou déstabilisant car joue de manière stabilisante sur le facteur antitrappe p , mais déstabilisante sur le facteur d'utilisation thermique f et ce d'autant plus que la concentration en Bore est importante.
- Dans les REP, on limite donc la concentration en Bore dans le circuit primaire, et on utilise des poisons consommables répartis dans le cœur.