

Master IPE, « Energie Nucléaire », TD

F. Ravelet^a

^a *Laboratoire d'Ingénierie des Fluides et Systèmes Energétiques,*
Arts et Metiers Institute of Technology,
151 boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France
contact: florent.ravelet@ensam.eu

5 novembre 2023

Table des matières

1	Energie de liaison, désintégrations et réactions nucléaires	2
1.1	Energie de liaison	2
1.2	Introduction à la radioactivité β^-	2
1.3	Désintégration β^- du Bismuth 210	3
1.4	Un compagnon de la radioactivité β : les rayons γ	4
1.5	Lois de conservation de la charge, du nombre baryonique et du nombre leptonique	5
1.6	Pourquoi le noyau n'émet-il pas ses constituants ?	5
1.7	Modèle de la goutte	6
1.8	Fusion et tritium	7
1.9	Pourquoi l'uranium 235 est-il plus facilement fissile que l'uranium 238 ?	9
1.9.1	Fission de l'uranium 235	10
1.9.2	Fission de l'uranium 238	10
2	Activité de quelques nucléides d'intérêt et évolution temporelle de l'activité	11
2.1	Activité massique de l'uranium naturel et de l'uranium de retraitement	11
2.2	Activité du Radium 226	11
2.3	Générateur au Plutonium 238	12
2.4	Activité des produits de fission	12
2.5	L'activité d'un échantillon peut croître au court du temps !	14
2.6	Série radioactive et équilibre séculaire	15
3	Neutronique et fonctionnement des réacteurs	19
3.1	Sections macroscopiques et libre parcours moyens	19
3.2	Bilan de neutrons	20
3.3	Empoisonnement des réacteurs nucléaires	21
3.3.1	Empoisonnement au $^{149}_{62}Sm$	21
3.3.2	Empoisonnement au $^{135}_{54}Xe$, pic xénon	22
3.4	Production d'uranium 233 dans les réacteurs au thorium	23
3.5	Fissions en REP : contribution du plutonium	24
3.6	Flux neutronique dans un réacteur	25
3.7	Taille critique, masse critique	25

4	Thermohydraulique des réacteurs	27
4.1	Cycle thermodynamique du circuit secondaire d'un REP (Palier N4)	27
4.1.1	Cycle de Carnot équivalent	29
4.1.2	Cycle de Rankine avec machines idéales	29
4.1.3	Prise en compte des rendements des diverses machines pour le cycle de Rankine	30
4.1.4	Cycle avec détente en deux phases, et séchage-surchauffage.	30
4.1.5	Prise en compte des rendements des diverses machines pour le cycle complexe	32
4.2	Transfert thermique entre combustible et caloporteur	33
4.2.1	Transfert thermique entre le caloporteur et la gaine	35
4.2.2	Transfert thermique dans le crayon	35

1 Energie de liaison, désintégrations et réactions nucléaires

1.1 Energie de liaison

Calculer l'énergie de liaison pour les noyaux du tableau 1.

symbole	1_0n	1_1p	${}^0_{-1}e^-$	4_2He
masse	1.008665	1.007276	0.0005486	4.002603
symbole	${}^{10}_5B$	${}^{11}_5B$	${}^{12}_6C$	${}^{56}_{26}Fe$
masse	10.0129370	11.0093054	12.000000	55.934937

TABLE 1 – *Masses atomiques au repos, dans l'état fondamental, en unité de masse atomique : $1u = 931.494 \text{ Mev}.c^{-2}$. Données issues de l'Atomic Mass Data Center (<https://www-nds.iaea.org/amdc/>); il existe même une application pour smartphone...*

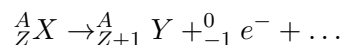
1.2 Introduction à la radioactivité β^-

On peut penser qu'un neutron, neutre et un peu plus massif qu'un proton chargé positivement pourrait être composé d'un mélange proton+électron...

1. A partir des données du tableau 1, comparer la masse d'un neutron à la masse d'un proton et d'un électron.
2. Le neutron est-il stable ?
3. Calculer l'énergie de cette désintégration ${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e^-$.
4. En adoptant une approche classique, déterminer l'énergie cinétique puis la vitesse de l'électron. Commenter. Aide : utiliser les lois de conservation
5. En adoptant maintenant une approche relativiste, déterminer l'énergie cinétique puis la vitesse de l'électron.

1.3 Désintégration β^- du Bismuth 210

Ce mécanisme de transformation de neutron en proton avec émission d'un électron peut se produire dans un noyau trop riche en neutrons : on parle de radioactivité β^- . Partant d'un noyau « père » X , on arrive à un noyau « fils » Y :



1. Identifier le noyau fils pour le ${}^{210}_{83} Bi$.
2. A partir du tableau 2, calculer l'énergie dégagée.

symbole	${}^{210}_{83} Bi$ (Père)	XXX (Fils)
masse	209.98412	209.982873

TABLE 2 – Masses atomiques au repos, dans l'état fondamental, en unité de masse atomique : $1u = 931.494 \text{ MeV}\cdot c^{-2}$. Données issues de l'Atomic Mass Data Center (<https://www-nds.iaea.org/amdc/>)

Expérimentalement, on mesure un spectre continu pour l'énergie de l'électron, représenté en figure 1. Il y a une autre particule, qui emporte le reste de l'énergie, mais est très difficilement détectable : un antineutrino électronique.

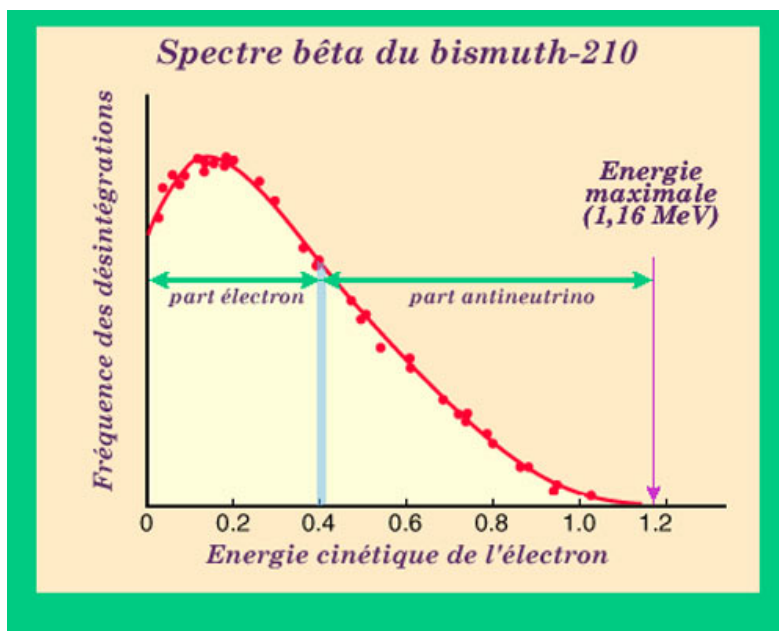


FIGURE 1 – Spectre d'énergie des électrons émis par décroissance du Bismuth 210

1.4 Un compagnon de la radioactivité β^- : les rayons γ

Le Cobalt 60 est un émetteur β^- ; sa masse atomique est 59.933815 u. La masse du noyau fils au repos, dans son état fondamental est 59.930785 u.

1. Donner le noyau fils, calculer l'énergie de la réaction, discuter son ordre de grandeur.

Les noyaux possèdent des niveaux d'énergie internes, analogues aux niveaux d'énergie des électrons dans les atomes. Dans 99% des cas, le noyau fils du Cobalt 60 est dans un état excité à 2158.8 keV au dessus de son état fondamental ; il existe un niveau intermédiaire à 1332.5 keV au dessus du niveau fondamental (voir Fig. 2).

2. Calculer les fréquences des photons émis par le noyau fils du Cobalt 60, calculer leur longueur d'onde, les situer sur le spectre électromagnétique.

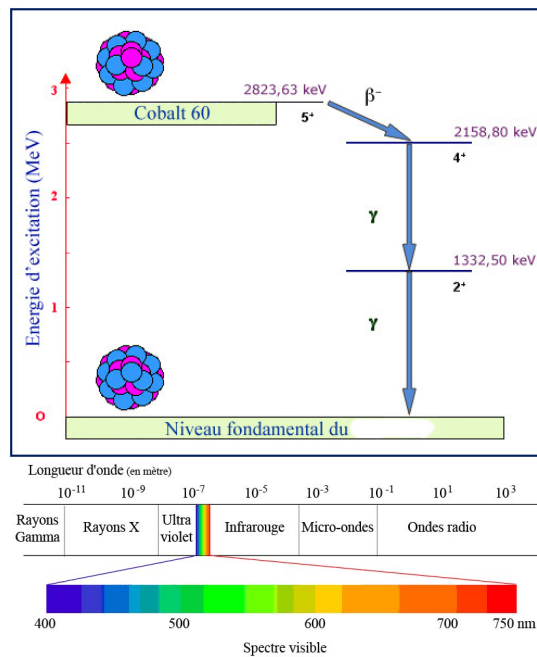


FIGURE 2 – Niveau d'énergies pour le noyau issu de la désintégration du Cobalt 60.

1.5 Lois de conservation de la charge, du nombre baryonique et du nombre leptonique

A partir des lois de conservation, compléter les équations suivantes :

1. ${}_{11}^{22}\text{Na} \rightarrow {}_{10}^{22}\text{Ne} + \dots + \nu_e$
2. $\dots \rightarrow {}_{56}^{137}\text{Ba} + {}_{-1}^0 e + \bar{\nu}_e$
3. ${}_{94}^{239}\text{Pu} \rightarrow \dots + {}_2^4\text{He}$
4. ${}_{27}^{57}\text{Co} + \dots \rightarrow {}_{26}^{57}\text{Fe} + \nu_e$
5. $\dots + {}_4^9\text{Be} \rightarrow {}_6^{12}\text{C} + {}_0^1 n$
6. ${}_0^1 n + {}_{92}^{235}\text{U} \rightarrow {}_{37}^{93}\text{Rb} + {}_{55}^{141}\text{Cs} + \dots$
7. $\nu_e + {}_{17}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}_{18}^{37}\text{Ar} + \dots$

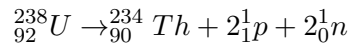
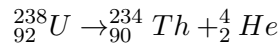
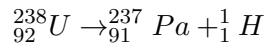
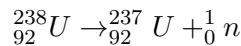
1.6 Pourquoi le noyau n'émet-il pas ses constituants ?

On donne ci-dessous les masses **au repos**, dans leur état fondamental du neutron et de quelques **atomes** :

- neutron (${}_0^1 n$) : $m = 1.008664$ u
- hydrogène 1 (${}_1^1 H$) : $m = 1.007825$ u
- hélium 4 (${}_2^4 He$) : $m = 4.002603$ u
- lithium 7 (${}_3^7 Li$) : $m = 7.016003$ u
- bore 10 (${}_5^{10} B$) : $m = 10.012936$ u
- bore 11 (${}_5^{11} B$) : $m = 11.009305$ u
- thorium 234 (${}_{90}^{234} Th$) : $m = 234.043599$ u
- protactinium 237 (${}_{91}^{237} Pa$) : $m = 237.051023$ u
- uranium 237 (${}_{92}^{237} U$) : $m = 237.048728$ u
- uranium 238 (${}_{92}^{238} U$) : $m = 238.050786$ u

On peut légitimement se demander pourquoi un noyau « instable » car possédant trop de neutrons ou de protons va plutôt subir une conversion interne (modes β) à nombre de nucléons constant, ou va émettre une (assez) grosse particule α plutôt que de simplement laisser partir un neutron ou un proton. Nous allons illustrer pourquoi dans le cas particulier de l'uranium 238 (qui s'avère très général).

On va envisager les possibilités suivantes :



1. Calculer la masse d'un uranium 237 plus un neutron non lié.
2. Comparer à la masse de l'uranium 238, conclure quant-à l'aspect exoénergétique ou endoénergétique d'une telle réaction.
3. Calculer la masse d'un protactinium 237 plus un proton¹
4. Comparer à la masse de l'uranium 238, conclure quant-à l'aspect exoénergétique ou endoénergétique d'une telle réaction.

1. on considère la masse de l'atome d'hydrogène 1 dans le calcul. Pourquoi ?

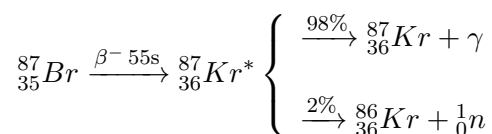
- Calculer la masse d'un thorium 234 plus une particule α ²
- Comparer à la masse de l'uranium 238, conclure quant-à l'aspect exoénergétique ou endoénergétique d'une telle réaction.
- Calculer la masse d'un thorium 234 plus deux neutrons séparés plus deux protons séparés.
- Comparer à la masse de l'uranium 238, conclure quant-à l'aspect exoénergétique ou endoénergétique d'une telle réaction.
- Pour la seule possibilité exoénergétique, calculer l'énergie dégagée, à exprimer en MeV ($1 \text{ u} \simeq 931.5 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$).

Complément

Si le système constitué de ${}^A_{Z-1}X$ et d'un neutron libre était moins massif que A_ZX , cela signifierait que le dernier neutron de A_ZX aurait une énergie de liaison négative et ne serait pas lié. C'est similaire pour le système ${}^A_{Z-1}X + {}^1_1p$ par rapport à A_ZX : un noyau existant à l'état lié ne peut pas perdre un de ses nucléons spontanément. On comprend l'intérêt d'étudier les énergies de liaisons à $A = \text{cte}$ et donc les fameuses « paraboles ».

La seule possibilité est de « placer » le noyau A_ZX dans un état excité ${}^A_ZX^*$ avec une énergie d'excitation supérieure à l'énergie de liaison du dernier nucléon. Par exemple la réaction entre une particule α de haute énergie et le béryllium 9 conduit à un carbone 13 excité jusqu'à 9 MeV au dessus de l'énergie de liaison du dernier neutron : cette réaction donne au final un carbone 12 et un neutron libre et sert (entre autres possibilités) de source de neutrons dans les réacteurs.

Un autre phénomène **très important** vis-à-vis de la cinétique et du pilotage des réacteurs nucléaires est l'émission de neutrons « retardés » après fission. Certains produits de fission donnent après une décroissance β^- un noyau émetteur de neutrons. Exemple typique :



1.7 Modèle de la goutte

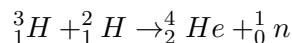
Retrouver le modèle et les valeurs numériques dans les supports de cours.

- Exprimer B/A , l'énergie de liaison par nucléon lié en fonction de A et Z .
- En négligeant le terme de parité**, à A constant, exprimer la dérivée par rapport à Z de B/A (autrement dit, calculer $\frac{dB/A}{dZ}$) en fonction de Z .
- A partir du résultat précédent, donner la valeur de Z correspondant à un extremum de B/A à A fixé. Montrer que c'est un maximum.
- Application : Calculer le numéro atomique Z du noyau qui maximise l'énergie de liaison à nombre de masse $A = 206$. Quel est l'élément correspondant ?
- Application : Calculer le numéro atomique Z du noyau qui maximise l'énergie de liaison à nombre de masse $A = 235$. Quel est l'élément correspondant ?
- Application : Calculer le numéro atomique Z du noyau qui maximise l'énergie de liaison à nombre de masse $A = 184$. Quel est l'élément correspondant ?

2. on considère la masse de l'atome d'hélium 4 dans le calcul. Pourquoi ?

1.8 Fusion et tritium

Pour les réacteurs utilisant la fusion nucléaire, on envisage d'utiliser la réaction du deutérium avec le tritium. Le deutérium est l'isotope 2 de l'hydrogène ; il est stable et relativement abondant dans l'eau de mer. Le tritium est l'isotope 3 de l'hydrogène. Il est radioactif, de période 12.3 ans. La réaction de fusion envisagée est :



1. En utilisant les données du tableau 3, calculer la variation de masse au cours de la réaction de fusion d'un noyau de deutérium et d'un noyau de tritium. Donner sa valeur en unités de masse atomique.
2. Déterminer l'énergie produite par une réaction de fusion, donner le résultat en MeV.
3. L'énergie dégagée sera emportée sous forme d'énergie cinétique par les produits de la réaction : le noyau d'hélium 4 et le neutron.

A partir d'un argument physique, estimer comment se répartit cette énergie entre hélium et neutron ; donner en MeV l'énergie cinétique du neutron produit.

4. Combien faut-il de moles de deutérium et de moles de tritium pour avoir 1 kg de mélange dans la bonne proportion stoechiométrique ?
5. En déduire l'énergie, en Joule, que l'on pourrait espérer obtenir si on réalisait la fusion de ce mélange (1 kg).
6. La tonne d'équivalent pétrole (*tep*) est une unité d'énergie utilisée dans l'industrie et en économie. Elle sert à comparer les énergies obtenues à partir de sources différentes. Une *tep* représente l'énergie libérée en moyenne par la combustion d'une tonne de pétrole, soit 4.2×10^{10} J.

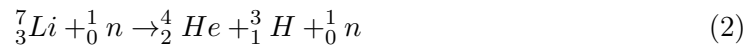
Comparer l'énergie précédente à l'énergie libérée par la fission de 1 kg d'uranium 235 qui est de 1800 *tep*.

7. Le tritium est radioactif, et est un émetteur β^- :
Ecrire l'équation correspondante (autrement dit, en quel nucléide se transmute-t-il et quelle(s) particule(s) est(sont) éjectée(s) ?).
8. Pour envisager la fusion, il faut donc produire du tritium. Pour cela, il est possible d'utiliser le lithium. Le lithium est l'élément $Z = 3$. Il existe 2 isotopes stables : le lithium 6 (7.6% du lithium sur terre) et le lithium 7 (92.4% du lithium sur terre). Si on observe la Fig. 3, on constate que ces deux nucléides sont assez peu liés par rapport à leurs voisins

${}^1_0\text{n}$:	1.008664 u
${}^2_1\text{H}$:	2.014101 u
${}^3_1\text{H}$:	3.016049 u
${}^3_2\text{He}$:	3.016029 u
${}^4_2\text{He}$:	4.002603 u
${}^6_3\text{Li}$:	6.015122 u
${}^7_3\text{Li}$:	7.016003 u

TABLE 3 – Table de masse atomique. Rappels : u est l'unité de masse atomique et $1 u = 931.494 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$

immédiats, l'hélium 4 et le béryllium 9. Les isotopes du lithium sont donc relativement « fragiles ». Il est possible de provoquer une « fission » du lithium en lui faisant absorber un neutron. Les deux réactions possibles sont :



Calculer la variation de masse pour l'équation 1 (masse des produits - masse des réactifs), donner le résultat en unités de masse atomique.

9. Même question pour l'équation 2.
10. Parmi ces deux réactions, laquelle est exothermique, laquelle est endothermique ? Donner les valeurs des énergies mises en jeu pour chaque réaction, en MeV.

Complément

Lors de l'essai nucléaire de Castle Bravo en 1954, la puissance dégagée a été 2.5 fois plus grande que prévue : la bombe utilisait (entre autres) du deutériure de lithium avec un mélange isotopique à 40/60% de lithium 6/lithium 7. Le principe de ce type de bombe est d'allumer un étage à fission produisant des neutrons, qui amorcent la conversion de lithium en tritium, qui fusionne ensuite avec le deutérium.

L'explication de cette surpuissance est que la réaction endothermique n'avait pas été prise en compte. Elle s'est malgré tout produite, dégageant plus de tritium que prévu.

11. Pourquoi la réaction endothermique peut malgré tout se produire ?

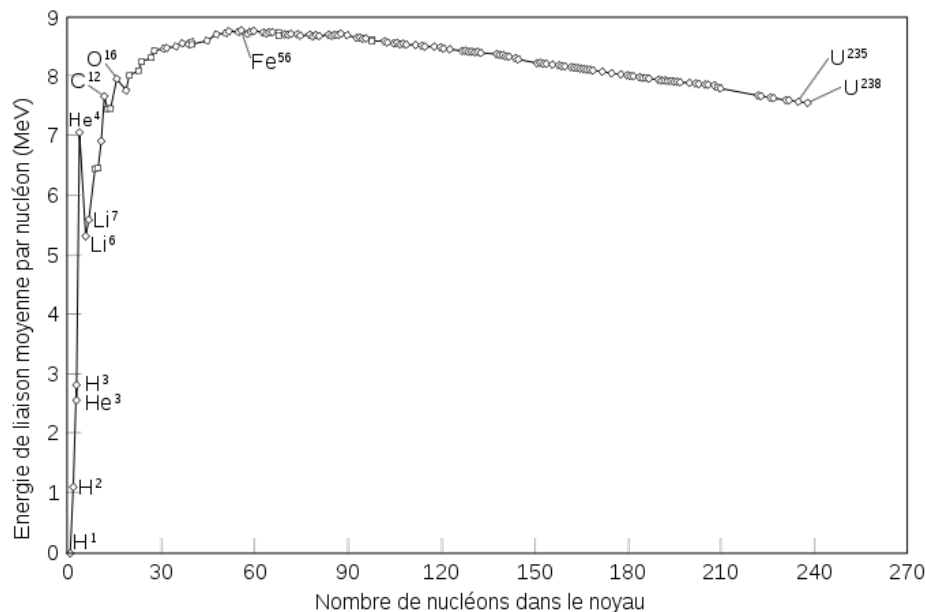


FIGURE 3 – Energie de liaison par nucléon lié en fonction du nombre total de nucléons.

1.9 Pourquoi l'uranium 235 est-il plus facilement fissile que l'uranium 238 ?

Lors de la fission d'un noyau lourd, pour pouvoir se briser en deux noyaux plus petits, il doit se déformer considérablement. Sa surface augmente inévitablement, et cette augmentation a un coût énergétique pour vaincre la « tension superficielle » introduite dans le modèle de la goutte. En d'autres termes, il existe une barrière de potentiel entre l'état initial (un noyau quasi-sphérique) et l'état final (deux noyaux plus petits, également quasi-sphériques). Ceci est illustré en Fig. 4. Au moment de la séparation, il n'y a plus de potentiel attractif nucléaire, seul subsiste le potentiel répulsif électrostatique, qui correspond à la partie droite décroissante de la courbe.

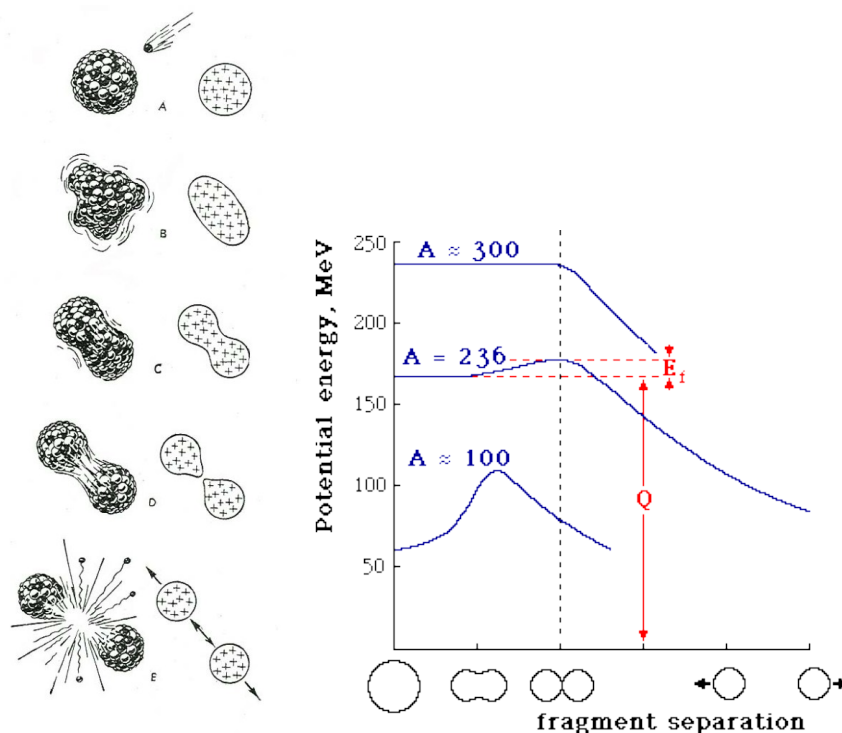


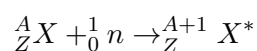
FIGURE 4 – Schéma des étapes d'une fission induite, illustrant la barrière de fission

A partir du modèle de la goutte, on peut estimer la barrière de fission par la formule empirique suivante :

$$E_{\text{barriere}} = 19.0 - 0.36 \frac{Z^2}{A} + \epsilon \text{ MeV}$$

avec $\epsilon = 0$ pour les noyaux pairs en protons-pairs en neutrons, $\epsilon = 0.4$ pour les noyaux pairs-impairs et $\epsilon = 0.7$ pour les noyaux impairs-impairs. On se propose de comparer les noyaux d'uranium 235 et d'uranium 238.

La réaction de capture d'un neutron par ${}^A_Z X$ s'écrit :



La petite étoile * signifie que le noyau composé est dans un état excité. Si ce niveau d'excitation excède la barrière de fission, le noyau composé pourra se scinder en deux.

1.9.1 Fission de l'uranium 235

1. • A partir des données du tableau 1, calculer la somme de la masse d'un neutron et de la masse d'un noyau ${}_{92}^{235}\text{U}$.
2. • Cette masse est celle du noyau excité ${}_{92}^{236}\text{U}^*$, formé suite à la capture d'un neutron sans énergie cinétique. La comparer à celle du noyau ${}_{92}^{236}\text{U}$ dans son état fondamental.
3. • Traduire cette différence (masse de ${}_{92}^{236}\text{U}^*$ - masse de ${}_{92}^{236}\text{U}$) en énergie d'excitation (donner le résultat en MeV).
4. • A partir de la formule donnant la barrière de fission, calculer E_{barriere} pour ${}_{92}^{236}\text{U}$.
5. • En comparant E_{barriere} et l'énergie d'excitation pour ${}_{92}^{236}\text{U}^*$, conclure quand à la possibilité de fission de ${}_{92}^{235}\text{U}$ par des neutrons de toute énergie cinétique.

1.9.2 Fission de l'uranium 238

1. • A partir des données du tableau 1, calculer la somme de la masse d'un neutron et de la masse d'un noyau d' ${}_{92}^{238}\text{U}$.
2. • Cette masse est celle du noyau excité ${}_{92}^{239}\text{U}^*$, formé suite à la capture d'un neutron sans énergie cinétique. La comparer à celle du noyau ${}_{92}^{239}\text{U}$ dans son état fondamental.
3. • Traduire cette différence (masse de ${}_{92}^{239}\text{U}^*$ - masse de ${}_{92}^{239}\text{U}$) en énergie d'excitation (donner le résultat en MeV).
4. • A partir de la formule donnant la barrière de fission, calculer E_{barriere} pour ${}_{92}^{239}\text{U}$.
5. • En comparant E_{barriere} et l'énergie d'excitation pour ${}_{92}^{239}\text{U}^*$, conclure quand au minimum d'énergie cinétique que doit apporter un neutron pour avoir une chance de fissionner ${}_{92}^{238}\text{U}$.

2 Activité de quelques nucléides d'intérêt et évolution temporelle de l'activité

2.1 Activité massique de l'uranium naturel et de l'uranium de retraitement

1. L'uranium naturel possède 3 isotopes (^{234}U , ^{235}U et ^{238}U), dont les fractions et périodes sont respectivement de :

symbole	^{234}U	^{235}U	^{238}U
fraction massique	5.5×10^{-5}	7.2×10^{-3}	9.92745×10^{-1}
Période (ans)	2.45×10^5	704×10^6	4.47×10^9

Quelle est l'activité massique de l'uranium naturel ?

Que remarquez-vous pour la contribution de l'uranium 234 ?

2. L'uranium de retraitement est extrait du combustible usé. Sa composition isotopique est différente de celle de l'uranium naturel :

symbole	^{234}U	^{235}U	^{236}U	^{238}U
fraction massique	2×10^{-4}	9.8×10^{-3}	5×10^{-3}	9.85×10^{-1}
Période (ans)	2.45×10^5	704×10^6	2.3×10^7	4.47×10^9

Quelle est l'activité massique de l'uranium naturel ?

D'où vient l'isotope 236 ?

Pourquoi y a-t-il environ 5 fois plus d'isotope 234 dans l'uranium de retraitement que dans l'uranium naturel ?

2.2 Activité du Radium 226

La période du radium est de 1600 ± 7 ans. Sa masse molaire est de $226.00 \text{ g.mol}^{-1}$.



FIGURE 5 – Affiche de l'ANDRA pour la collecte d'objets radioactifs

1. Combien reste-t-il aujourd'hui de masse de radium dans une crème de beauté préparée en 1932, qui contenait 0.25 mg de radium 226 (${}^{226}_{88}\text{Ra}$) ?
2. Quelle est son activité actuelle, en Bq ?

2.3 Générateur au Plutonium 238

Noyau	masse (u)
${}^{238}_{94}\text{Pu}$	238.049558
${}^{238}_{93}\text{Np}$	238.050944
${}^{238}_{92}\text{U}$	238.050787
${}^{236}_{92}\text{U}$	236.045566
${}^{235}_{92}\text{U}$	235.043928
${}^{234}_{92}\text{U}$	234.040950
${}^{234}_{90}\text{Th}$	234.043599
${}^4_2\text{He}$	4.002603

TABLE 4 – *Masses atomiques au repos, dans l'état fondamental, en unité de masse atomique : $1u = 931.494 \text{ MeV}\cdot\text{c}^{-2}$. Données issues de l'Atomic Mass Data Center (<https://www-nds.iaea.org/amdc/>)*

Le plutonium 238 (${}^{238}_{94}\text{Pu}$) est un émetteur α de période de demi-vie 87.75 ans.

1. Compléter l'équation bilan de la décroissance α du ${}^{238}_{94}\text{Pu}$. Quel est le noyau formé ?
2. Calculer l'énergie dégagée par une réaction de décroissance α du ${}^{238}_{94}\text{Pu}$, l'exprimer en MeV (utiliser le tableau 4).
3. Calculer la constante de décroissance radioactive du plutonium 238, l'exprimer en s^{-1} .
4. Donner l'activité d'un kilogramme de plutonium 238.
5. Donner la puissance dégagée par un kilogramme de plutonium 238 (en $\text{W}\cdot\text{kg}^{-1}$).
6. En prenant pour le plutonium pur une densité de $19.8 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, donner la densité de puissance dégagée par un litre de plutonium 238 (en $\text{kW}\cdot\text{L}^{-1}$).

2.4 Activité des produits de fission

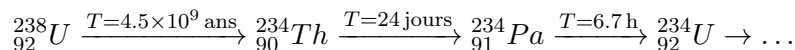
Dans le combustible usé des réacteurs, les produits de fission concentrent la majeure partie de la radioactivité. Beaucoup ont des périodes très courtes et disparaissent sur site. Les deux produits de fission les plus significatifs à court terme sont le césium 137 de période 30 ans, et le strontium 90 de période 28 ans. Ils représentent, en masse, environ 10% des produits de fission.

1. Estimer l'activité massique en Bq/g du césium 137.
2. Estimer l'activité massique en Bq/g du strontium 90.

3. Estimer l'activité massique en Bq/g du mélange de produits de fission au bout de 30 ans, en supposant que cette activité est due uniquement aux deux nucléides évoqués.
4. *Au bout de quelque dix mille ans, la radioactivité dominante est celle du technétium 99 (211 000 ans), qui représente de l'ordre de 5% des produits de fissions.* Estimer l'activité massique en Bq/g du technétium 99.
5. Les produits de fission sont-ils de « Moyenne Activité » (déchets inférieurs à 1 MBq/g) ou de « Haute Activité » ?. A quelle âge cesse leur activité ? La retraite à 60 ans est-elle envisageable pour eux ?

2.5 L'activité d'un échantillon peut croître au court du temps !

On va s'intéresser à l'évolution au cours du temps d'un fût contenant à $t = 0$ de l'uranium appauvri qu'on considère composé uniquement d'uranium 238 pur (${}_{92}^{238}\text{U}$). L'uranium 238 est un émetteur α de période de demi-vie 4.5 milliards d'année. Le produit de la désintégration est donc du thorium 234 (${}_{90}^{234}\text{Th}$). Le thorium 234 est radioactif β^- , de période de demi-vie 24 jours. Le produit de la désintégration est donc du protactinium 234 (${}_{91}^{234}\text{Pa}$). Le protactinium 234 est radioactif β^- , de période de demi-vie 6.7 heures. Le produit de la désintégration est donc de l'uranium 234 (${}_{92}^{234}\text{U}$), lui-même radioactif α de période de demi-vie 250000 ans. On s'arrêtera là, car on s'intéresse aux deux premières années de l'évolution. En résumé :



On note $N_{\text{U8}}(t)$ le nombre de noyaux d'uranium 238 au cours du temps, et N_0 le nombre de noyaux initiaux. On note λ_{U8} la constante radioactive de l'uranium 238.

même, on note $N_{\text{T4}}(t)$ le nombre de noyaux de thorium 234 au cours du temps et λ_{T4} la constante radioactive du thorium 234.

Enfin, on note $N_{\text{P4}}(t)$ le nombre de noyaux de protactinium 234 au cours du temps et λ_{P4} la constante radioactive du protactinium 234.

1. Calculer l'activité massique en Bq.kg^{-1} de l'uranium 238 pur.
2. Calculer les constantes radioactives en s^{-1} pour les trois premiers noyaux de la série : λ_{U8} , λ_{T4} et λ_{P4} .
3. Ecrire l'équation différentielle donnant l'évolution temporelle du nombre de noyaux d'uranium 238 dans le fût.
4. Donner sa solution et calculer la fraction de noyaux d'uranium 238 restant au bout de deux ans (rapport entre le nombre de noyaux au bout de deux ans et le nombre de noyaux à $t = 0$).
5. Ecrire les équations différentielles qui régissent la variation du nombre de noyaux de thorium 234 au cours du temps, et du nombre de noyaux de protactinium 234 au cours du temps.
6. Ces équations portent le nom d'équations de Bateman de la filiation simple. Leur solution, dans le cas présent est :

$$\begin{cases} N_{\text{T4}}(t) = \frac{\lambda_{\text{U8}}}{\lambda_{\text{T4}}} N_0 (1 - \exp(-\lambda_{\text{T4}}t)) \\ N_{\text{P4}}(t) = \frac{\lambda_{\text{U8}}}{\lambda_{\text{P4}}} N_0 (1 - \exp(-\lambda_{\text{P4}}t)) - \frac{\lambda_{\text{U8}}}{\lambda_{\text{P4}} - \lambda_{\text{T4}}} N_0 (\exp(-\lambda_{\text{T4}}t) - \exp(-\lambda_{\text{P4}}t)) \end{cases}$$

Calculer pour $t = 1$ jour, $t = 24$ jours et $t = 2$ ans la fraction de noyaux de thorium et de protactinium par rapport à N_0 (autrement dit, donner N_{T4}/N_0 et N_{P4}/N_0 pour les trois valeurs de temps).

7. Donner l'activité massique totale dans le fût (en Bq.kg^{-1}) aux temps $t = 1$ jour, $t = 24$ jours et $t = 2$ ans.
8. Commenter.

2.6 Série radioactive et équilibre séculaire

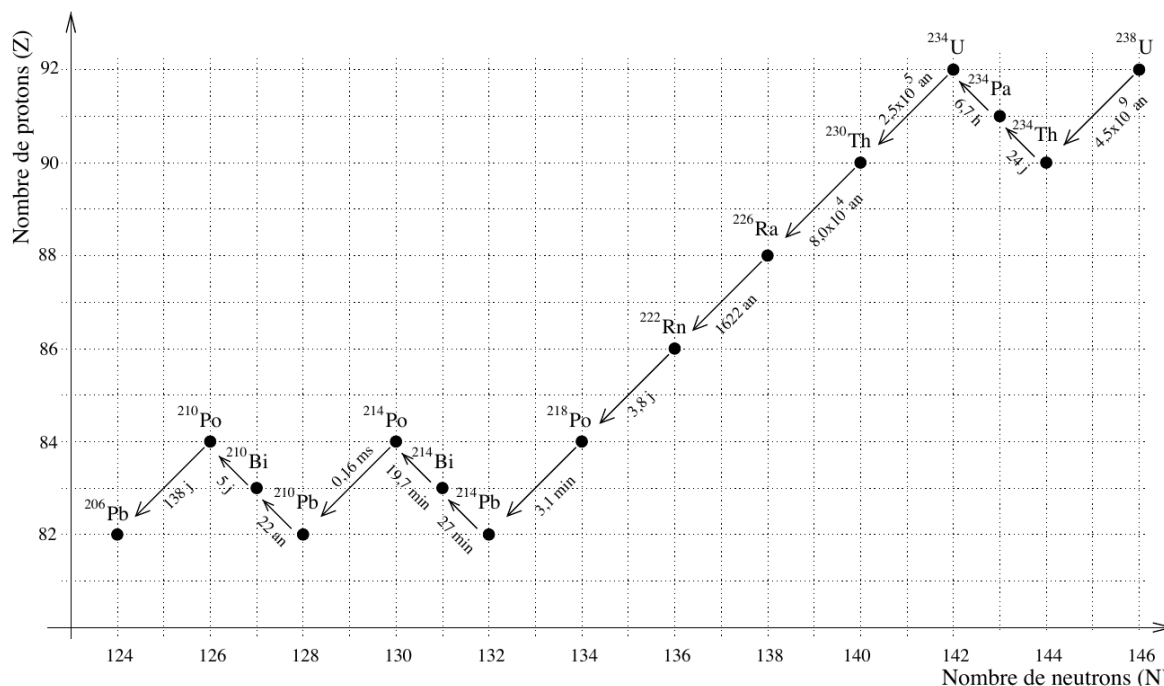
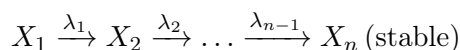


FIGURE 6 – Filiation de l'uranium 238. En une quinzaine d'étapes, on aboutit à l'isotope 206 du plomb, stable.

L'activité d'une substance donnée (isolée du milieu extérieur) n'est pas toujours décroissante dans le temps. Je vous propose d'étudier ici pourquoi. Lorsqu'un noyau est radioactif et qu'il se désintègre, il se transforme souvent en un noyau lui-même radioactif qui se désintègre à son tour. Cela donne lieu à une chaîne de désintégrations (aussi appelée série radioactive ou filiation), qui finit par aboutir à un noyau stable (voir exemple en figure 6) :



On cherche à calculer l'évolution du nombre de noyaux $N_i(t)$ de type X_i présents à l'instant t ; on notera la constante de décroissance radioactive λ_i . On se place dans le cas où l'échantillon ne contient initialement que des noyaux X_1 :

$$N_i(t = 0) = 0, \text{ sauf pour } N_1(t = 0) = N_{1,0}$$

1. Rappeler l'équation d'évolution du nombre de noyaux pères $N_1(t)$.
2. Rappeler sa solution analytique.
3. Le noyau fille X_2 apparaît avec un taux égal au taux de disparition du noyau mère, et disparaît par décroissance radioactive. L'équation d'évolution du nombre de noyaux fils est donc :

$$\frac{dN_2}{dt} = +\lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t)$$

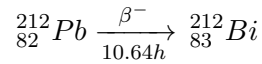
Identifier et justifier les différents termes de cette équation.

4. Dans le cas où le noyau X_2 est lui-même radioactif et donne un noyau X_3 , donner l'équation d'évolution de $N_3(t)$ le nombre de noyaux X_3 .

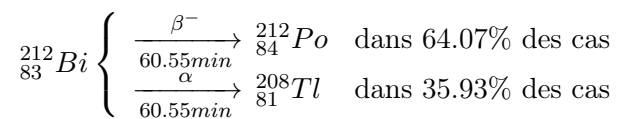
5. On peut, dans le cas d'une chaîne simple, trouver par récurrence les solutions analytiques pour tous les $N_i(t)$. Ce système d'équations porte le nom d'équations de Bateman de la filiation simple. Cela permet par exemple de calculer l'évolution en fonction du temps de l'activité d'un fût de déchets radioactifs.

Rappeler la définition de l'activité A d'un échantillon de N noyaux radioactifs, et l'exprimer en fonction de N et λ .

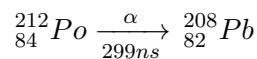
6. La chaîne du plomb 212 (descendant du thorium 232, utilisé expérimentalement à des fins médicales) est un peu plus compliquée. Ce noyau est radioactif β^- , avec une période de demi-vie de 10.64 h :



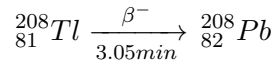
La complication vient du fait que le bismuth 212 a deux voies possibles de décroissance radioactive : une possibilité par radioactivité β^- , et une par radioactivité α :



Le Polonium 212 est un émetteur *alpha* de période 299 ns :



Le Thallium 208 est un émetteur β^- de période 3.05 min :



La chaîne s'arrête au plomb 208, stable. Une telle chaîne peut être modélisée avec Modella, par exemple avec le modèle ci-dessous :


```

model Plomb

parameter Real T1=10.64*60;
parameter Real T2=60.55;
parameter Real T3=299e-9/60;
parameter Real T4=3.05;
parameter Real Po=64.07/100;
parameter Real Tl=35.93/100;

Real N1(start=T1/log(2));
Real N2(start=Modelica.Constants.eps);
Real N3(start=Modelica.Constants.eps);
Real N4(start=Modelica.Constants.eps);
Real N5(start=Modelica.Constants.eps);
Real A1,A2,A3,A4,Atot;

equation
A1=log(2)/T1 * N1;
A2=log(2)/T2 * N2;
A3=log(2)/T3 * N3;
A4=log(2)/T4 * N4;

der(N1)=-A1;
der(N2)=+A1-A2;
der(N3)=+A2*Po-A3;
der(N4)=+A2*Tl-A4;
der(N5)=+A4+A3;

Atot=A1+A2+A3+A4;
end Plomb;

```

Commenter ce code : quelle est l'unité de temps choisie, avec le choix de la condition initiale, quelle est l'activité initiale de l'échantillon, reconnaître les équations, discuter la façon dont est modélisée l'embranchement au niveau du bismuth 212,....

7. Le résultat du calcul, intégré sur 20 heures est fourni en Fig. 7.

Quelle est l'activité maximale de l'échantillon ? Au bout de combien de temps est-elle atteinte ? Au bout de combien de temps revient-on à l'activité initiale ? Quelle est la principale source de radioactivité ? L'échantillon émet-il plus de particules α ou β ?

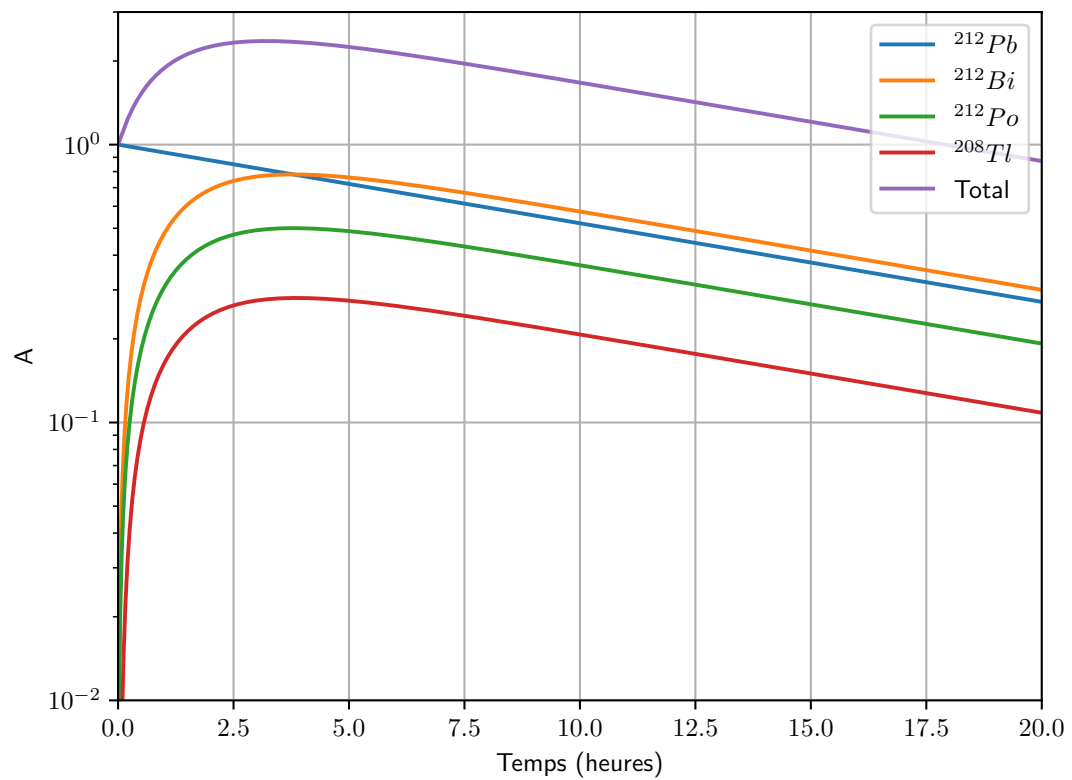


FIGURE 7 – *Activité totale et activité due à chaque noyau dans un échantillon contenant uniquement du plomb 212 à $t = 0$. L'activité est normalisée par $A(t = 0)$.*

3 Neutronique et fonctionnement des réacteurs

3.1 Sections macroscopiques et libre parcours moyens

	σ_a (barns) thermiques (25.3 meV)	σ_a (barns) rapides (2 MeV)	σ_f (barns) thermiques (25.3 meV)	ν nbre neutrons réémis	σ_f (barns) rapides (2 MeV)	ν nbre neutrons réémis	σ_s (barns) thermiques (25.3 meV)	σ_s (barns) rapides (2 MeV)
^{235}U	681	1.37	582	2.47	1.27	2.46	13.8	3.5
^{238}U	2.7	0.7	0	0	0.52	2.88	8.9	4
^{239}Pu	1011	2.0	742	2.91	1.9	2.88	7.7	3.9
^1H	0.322						30.3	2
^2H	0.0005						4.3	
^{10}B	3840						4.5	
^{12}C	0.0034						4.9	
^{16}O	0.0002						3.8	

FIGURE 8 – Sections efficaces microscopiques pour différents processus (s : scattering, a : absorption, f : fission) sur différents noyaux, avec des neutrons de différentes énergies.

- Calculer la section efficace macroscopique d'absorption Σ_a d'un bloc d'uranium 235 pur de masse volumique $\rho = 18.7 \text{ g.cm}^{-3}$:
 - en neutrons rapides ;
 - en neutrons thermiques.
- Eau légère :
 - Calculer la section efficace macroscopique d'absorption de l'eau légère en neutrons thermiques.
 - Calculer la section efficace macroscopique de diffusion.
 - En déduire le libre parcours moyen total dans l'eau.
- Le combustible des REP est de l' UO_2 enrichi. La densité du dioxyde d'uranium est $\rho = 10.6 \text{ g.cm}^{-3}$. Pour un enrichissement de 4.5% et en neutrons thermiques :
 - Calculer les sections efficaces macroscopiques de diffusion, d'absorption et de fission.
 - En déduire les différents libres parcours moyens d'un neutron thermique dans ce combustible.
- Refaire les calculs précédents en neutrons rapides. Comparer les libres parcours moyens d'absorption aux dimensions des hétérogénéités rencontrés par les neutrons thermiques et rapides dans ce type de réacteur nucléaire :
 - Diamètre moyen d'un crayon combustible de 8 mm
 - Lame d'eau entre crayons, de l'ordre de 4 mm

3.2 Bilan de neutrons

On part de 100 neutrons rapides issus de fissions thermiques.

1. Avec un facteur de fission rapide $\epsilon = 1.04$, calculer le nombre de neutrons total après cette étape.
2. Au cours du ralentissement, on a 12 neutrons capturés : calculer le nombre de neutrons thermalisés, et le facteur antitrappe p .
3. On suppose 15 captures de neutrons thermiques ailleurs que dans le combustible : calculer le nombre de neutrons thermiques absorbés dans le combustible, et le facteur d'utilisation thermique f .
4. On donne $\eta = 1.493$: calculer le nombre de neutrons issus des fissions thermiques.
5. Calculer k_∞ .
6. Pour que le réacteur soit critique, quel probabilité de fuite de neutrons peut-on tolérer ?

3.3 Empoisonnement des réacteurs nucléaires

Certains produits de fission ont une section efficace de capture des neutrons très importante. Lors du fonctionnement du réacteur, leur formation peut faire varier très fortement la réactivité du coeur : on parle d'*empoisonnement*.

Parmi ces noyaux, les effets les plus importants sont dus au samarium 149 et au xénon 135. Leur section efficace de capture en neutrons thermiques est donnée au Tab. 5.

symbole	$^{149}_{62}Sm$	$^{135}_{53}I$	$^{135}_{54}Xe$
σ_a	65×10^3	7	2.7×10^6

TABLE 5 – Sections efficaces microscopiques d'absorption en barns (1 barn = 10^{-24} cm^2) pour des neutrons thermiques

On se place dans un réacteur à eau sous pression, fonctionnant avec du UO_2 enrichi à 4.2% en $^{235}_{92}U$.

Au besoin, l'équation différentielle suivante :

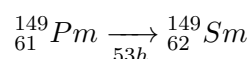
$$\frac{df}{dt} = A \exp(-\alpha t) - \beta f$$

a pour solution analytique :

$$f(t) = \frac{A \exp(-\alpha t)}{\beta - \alpha} + C \exp(-\beta t)$$

3.3.1 Empoisonnement au $^{149}_{62}Sm$

La fission en neutrons thermiques de $^{235}_{92}U$ conduit avec une probabilité de 1.1% à la formation de :



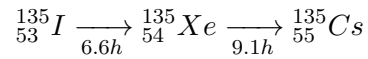
On étudie le scénario suivant :

- On démarre avec du combustible neuf.
 - Le flux neutronique est maintenu constant à une valeur $\varphi = 5 \times 10^{13} \text{ n.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$ pendant 400 heures ;
 - puis le réacteur est arrêté (flux nul) pendant 400 heures.
1. Calculer $N_{U5}(0)$ la concentration en noyaux par cm^3 de $^{235}_{92}U$ à l'instant initial.
 2. Comment varie-t-elle au cours du temps ? Estimer la valeur de $\frac{d(N_{U5})}{dt}$. On considèrera que le nombre de noyaux de $^{235}_{92}U$ est constant sur la durée étudiée (quelques centaines d'heures).
 3. Exprimer la variation par unité de temps de la concentration en $^{149}_{61}Pm$.
 4. Exprimer la variation par unité de temps de la concentration en $^{149}_{62}Sm$.
 5. Simuler le scénario envisagé : quelles concentrations en $^{149}_{61}Pm$ et $^{149}_{62}Sm$ sont atteintes après 400 heures ? Et après 800 heures (soit 400 heures de fonctionnement suivies de 400 heures d'arrêt) ?
 6. Calculer le facteur de reproduction thermique η du combustible neuf (nombre de neutrons produits par fissions/nombre de neutrons thermiques absorbés dans le combustible).

7. En tenant compte de l'absorption par le $^{149}_{62}\text{Sm}$, calculer le facteur de reproduction thermique au bout des 400 heures de fonctionnement, puis après 400 heures d'arrêt.
8. Peut-on redémarrer le réacteur avec le même réglage après les 400 heures d'arrêt ?

3.3.2 Empoisonnement au $^{135}_{54}\text{Xe}$, pic xénon

La fission en neutrons thermiques de $^{235}_{92}\text{U}$ conduit avec une probabilité de 6.3% à la formation de :

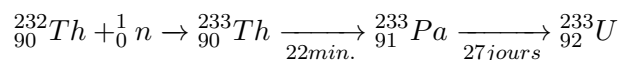


On reprend les éléments du scénario précédent.

1. Exprimer la variation par unité de temps de la concentration en $^{135}_{53}\text{I}$.
2. Exprimer la variation par unité de temps de la concentration en $^{135}_{54}\text{Xe}$.
3. Simuler le scénario envisagé : quelles concentrations en $^{135}_{53}\text{I}$ et $^{135}_{54}\text{Xe}$ sont atteintes après 400 heures de fonctionnement ?
4. Comment évoluent-elles pendant les 50 heures suivant un arrêt ?

3.4 Production d'uranium 233 dans les réacteurs au thorium

Le thorium 232 peut être utilisé comme noyau fertile pour faire fonctionner des réacteurs : il ne fissionne pas mais se convertit par capture de neutron en un noyau fissile d'uranium 233, après 2 désintégrations β :



Dans le problème, on s'intéresse à des temps allant du jour à l'année. On négligera donc les décroissances radioactives naturelles du ${}_{90}^{232}\text{Th}$ (période de 14 milliards d'années) et du ${}_{92}^{233}\text{U}$ (période de 1.6 millions d'années).

On négligera l'étape concernant la présence de ${}_{90}^{233}\text{Th}$ dont la durée de vie est d'une part négligeable devant les autres temps caractéristiques pour un fonctionnement en réacteur, et dont le pouvoir de capture des neutrons est négligeable. On considère donc que la capture d'un neutron par le thorium 232 produit instantanément du protactinium 233.

symbole	${}_{90}^{232}\text{Th}$	${}_{91}^{233}\text{Pa}$	${}_{92}^{233}\text{U}$
σ_a	7	39	581
σ_f	0	0	531

TABLE 6 – Sections efficaces microscopiques totales d'absorption, et de fission, en barns (1 barn = 10^{-24} cm²), pour des neutrons thermiques.

Les sections efficaces d'absorption σ_a et de fission le cas échéant σ_f sont données dans le Tab. 6. La section efficace de capture radiative σ_c se déduit selon $\sigma_a = \sigma_c + \sigma_f$.

On suppose un combustible au ThO_2 de densité $\rho = 9.9$ g.cm⁻³ initialement sans protactinium ni uranium, et un flux de neutrons constant $\varphi = 5 \times 10^{13}$ n.cm⁻².s⁻¹.

1. Calculer $N_{th}(0)$ la concentration en noyaux par cm³ de ${}_{90}^{232}\text{Th}$ à l'instant initial.
2. Comment varie-t-elle au cours du temps ? Estimer la valeur de $\frac{d(N_{Th})}{dt}$. On considèrera que le nombre de noyaux de ${}_{90}^{232}\text{Th}$ est constant sur la durée étudiée (un an).
3. Exprimer la variation par unité de temps de la concentration en ${}_{91}^{233}\text{Pa}$.
4. Résoudre l'équation différentielle et calculer la concentration en ${}_{91}^{233}\text{Pa}$ au bout d'un an.
5. Exprimer la variation par unité de temps de la concentration en ${}_{92}^{233}\text{U}$ pendant le fonctionnement du réacteur.
6. Résoudre l'équation différentielle et calculer la concentration en ${}_{92}^{233}\text{U}$ au bout d'un an.
7. Après un an, on arrête le réacteur : comment évoluent les concentrations en ${}_{91}^{233}\text{Pa}$ et ${}_{92}^{233}\text{U}$?
8. Au bout d'un temps suffisant (à estimer), on observe que la teneur en ${}_{92}^{233}\text{U}$ se stabilise. De combien de pourcent augmente la teneur en ${}_{92}^{233}\text{U}$?

3.5 Fissions en REP : contribution du plutonium

La capture de neutrons par l'uranium 238 produit du plutonium 239, fissile. On se place dans un réacteur à eau sous pression, fonctionnant avec du UO_2 enrichi à 4.2% en $^{235}_{92}U$, neuf à $t = 0$. On suppose un fonctionnement à flux constant $\varphi = 5 \times 10^{13} \text{ n.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$. On utilisera les données de la Fig. 8.

1. Exprimer la variation par unité de temps de la concentration en $^{238}_{92}U$.
2. Etudier cette variation sur 3 ans.
3. Exprimer la variation par unité de temps de la concentration en $^{235}_{92}U$.
4. Etudier l'évolution sur 3 ans du taux de fission dû à l'uranium 235.
5. Exprimer la variation par unité de temps de la concentration en $^{239}_{94}Pu$.
6. Etudier cette variation sur 3 ans.
7. Etudier l'évolution sur 3 ans du taux de fission dû au plutonium 239.
8. Quelle est la part totale de production d'énergie due à la conversion d'uranium 238 en plutonium 239 pendant le fonctionnement du REP considéré ?

3.6 Flux neutronique dans un réacteur

Le premier navire marchand à propulsion nucléaire fut le brise-glace *Lénine*, lancé en 1957 en Union Soviétique. Sa chaufferie nucléaire comprenait 3 réacteurs à eau pressurisée d'une puissance thermique de 90 MW chacun. Chaque réacteur était équipé d'un coeur cylindrique de diamètre $D = 1$ m et de hauteur $H = 1$ m. Le combustible utilisé était de l'Uranium enrichi à 5% sous forme d'Oxyde UO_2 . La charge de combustible était de 1700 kg par réacteur.

1. Calculez la puissance volumique d'un coeur P_v en $W.cm^{-3}$.
2. Sachant que la section efficace macroscopique moyenne de fission Σ_f pour ce type de réacteur est de 0.087 cm^{-1} , et qu'une fission dégage en moyenne 190 MeV, déduisez-en le flux neutronique ϕ dans un réacteur (on supposera le flux homogène dans tout le réacteur).

3.7 Taille critique, masse critique

Lorsqu'on assemble une quantité suffisante de matériau fissile, une réaction en chaîne peut s'établir et s'emballer de manière explosive : c'est le principe de la bombe atomique. Dans cet exercice, nous chercherons à établir de façon approchée la masse critique d'une sphère de plutonium (${}_{94}^{239}Pu$). On négligera les processus de capture stérile des neutrons dans le plutonium, et on fera quelques approximations pour simplifier le calcul.

On note $n(\vec{x}, t)$ le nombre de neutrons par unité de volume à l'instant t au point \vec{x} . On travaille dans une sphère de plutonium pur de rayon R . On suppose que spatialement, cette densité de neutron ne dépend que de la distance au centre r (avec $0 \leq r \leq R$).

On suppose les neutrons animés d'une même vitesse v (approximation « monocinétique ») et on note

$$\phi(r, t) = vn(r, t)$$

le « flux neutronique ». On suppose enfin que le vecteur densité de courant de neutrons \vec{J} vérifie la loi de Fick, avec D un coefficient de diffusion effectif des neutrons dans le ${}_{94}^{239}Pu$:

$$\vec{J} = -D\vec{\nabla}(\phi)$$

On réalise un bilan du nombre de neutron dans un petit élément de volume. On écrit que la variation pendant le temps dt du nombre de neutrons par unité de volume est égale à la somme des neutrons produits par fission, moins les neutrons capturés, moins le nombre de neutrons sortis du volume par diffusion :

$$\frac{\partial n(r, t)}{\partial t} = \nu\Sigma_f\phi - \Sigma_a\phi - \text{div}\vec{J}$$

Ici, la section efficace macroscopique de fission est notée Σ_f , celle d'absorption est notée Σ_a et le nombre moyen de neutrons issus d'une fission est ν . On va approximer $\Sigma_a \simeq \Sigma_f$ (i.e. on suppose que chaque absorption donne une fission, en négligeant les captures stériles). On utilise la loi de Fick et l'approximation monocinétique. On a alors :

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} = (\nu - 1)\Sigma_f\phi + D\Delta\phi \quad (3)$$

1. La fission d'un noyau de ${}_{94}^{239}Pu$ libère en moyenne 207 MeV. Quelle serait l'énergie libérée par la fission de tous les noyaux d'un kilogramme de ${}_{94}^{239}Pu$? L'explosion d'une tonne de TNT (trinitrotoluène) dégage 4.2×10^9 J. Exprimer l'énergie calculée précédemment en équivalent de tonnes de TNT. Commenter.

2. On admet que l'on peut séparer les variables : $\phi(r, t) = f(t) \times g(r)$ (le flux neutronique s'écrit comme le produit d'une fonction du temps seul et d'une fonction de l'espace seul). Montrer que l'équation (3) peut s'écrire :

$$\frac{1}{v} \frac{1}{f(t)} \frac{df(t)}{dt} = (\nu - 1) \Sigma_f + D \frac{\Delta g(r)}{g(r)} \quad (4)$$

3. Dans cette équation à variables séparées, le membre de gauche ne dépend que de t , et celui de droite que de r . Ces deux termes sont donc nécessairement constants et égaux à une constante B :

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{1}{f(t)} \frac{df(t)}{dt} &= B \\ (\nu - 1) \Sigma_f + D \frac{\Delta g(r)}{g(r)} &= B \end{aligned}$$

Quelle est la dimension de B ?

4. Donner la solution générale de

$$\frac{df(t)}{dt} = Bv f(t)$$

5. Montrer que la fonction $g(r)$ vérifie l'équation différentielle

$$\frac{\Delta g(r)}{g(r)} = \frac{B - (\nu - 1) \Sigma_f}{D} \quad (5)$$

6. On rappelle que l'opérateur laplacien Δ en géométrie sphérique s'écrit :

$$\Delta g(r) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dg(r)}{dr} \right)$$

Vérifier qu'une solution de l'équation 5 est :

$$g(r) = \mathcal{G} \frac{\sin(Cr)}{r}$$

avec C une constante à exprimer en fonction de ν, Σ_f, D et B (on peut plus simplement exprimer C^2).

7. Ce sont les conditions aux limites qui vont permettre de résoudre le problème : La densité de neutrons doit être positive dans la sphère et s'annuler à la frontière $r = R$. Que vaut C en fonction de R ?
8. Montrer que $n(r, t)$ diverge exponentiellement si R est supérieur à une valeur qu'on appelle rayon critique R_c .
9. Calculer R_c (en cm) pour le plutonium ${}^{239}_{94}\text{Pu}$ en prenant comme valeur $\frac{D}{(\nu-1)\Sigma_f} = 3 \text{ cm}^2$. Quelle est la masse correspondante, la masse volumique du plutonium pur étant de 19.8 g.cm^{-3} ?

4 Thermohydraulique des réacteurs

4.1 Cycle thermodynamique du circuit secondaire d'un REP (Palier N4)

Introduction

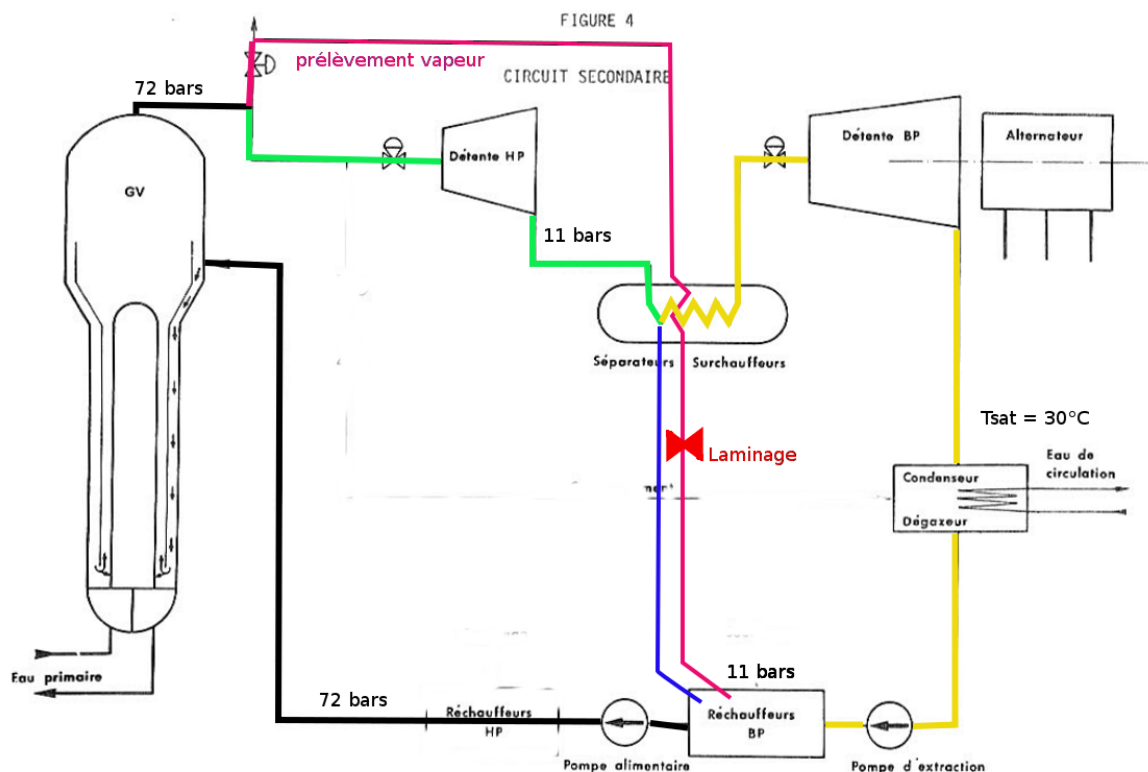


FIGURE 9 – Principe du cycle d'une centrale nucléaire à eau sous pression

Le circuit secondaire des centrales P.W.R.³ est un circuit fermé, réalisant un cycle thermodynamique de Hirn-Rankine. L'objectif de ce TD est de modéliser le cycle du palier N4.

La description du cycle s'appuie sur la figure 9. Ce cycle consiste tout d'abord en une vaporisation de l'eau au niveau de la source chaude, dans un organe appelé Générateur de Vapeur (GV). La source chaude est l'eau du circuit primaire, qui a été en contact avec le cœur du réacteur nucléaire. La vapeur sortant du GV à 72 bars (branche noire épaisse sur la figure 9) est séparée en 2 branches : une partie de la vapeur produite est utilisée pour la surchauffe (branche rose), le reste (branche verte) est détendu dans une turbine haute pression (HP) à une pression de 11 bars. Le produit de cette détente passe dans un séparateur-surchauffeur : on y sépare l'eau liquide (branche bleue) et la vapeur saturée à 11 bars (branche jaune), qui est surchauffée par échange avec la fraction de vapeur à 72 bars prélevée au GV (branche rose). Cette vapeur surchauffée est détendue dans une turbine basse pression (BP), avant d'être condensée au niveau de la source froide. La source froide pour le circuit secondaire est l'eau d'une rivière ou de la mer. La pression en sortie de la turbine BP est fixée par la température au condenseur (environ $30^{\circ}C$). L'eau séparée en fin de détente HP (branche bleue), l'eau issue du prélèvement pour la surchauffe (branche rose), et l'eau du condenseur (branche jaune) sont ramenées à la pression

3. Pressurized Water Reactor, en français Réacteur à Eau sous Pression REP.

intermédiaire de 11 bars (laminage pour la branche rose, pompe d'extraction pour la branche jaune) pour être mélangées. La dernière étape du cycle est une compression pour amener l'eau au GV à 72 bars.

Commentaires sur les spécificités du cycle secondaire d'une centrale nucléaire

Par rapport à une centrale thermique classique, la température et la pression de la vapeur au point chaud sont faibles (72 bars et 287°C pour le palier N4) : compte-tenu des faibles écarts de température entre les circuits primaire et secondaire, la nécessité de transférer une puissance importante interdit en pratique de réaliser toute surchauffe dans le GV, car les coefficients d'échange entre le liquide primaire et la vapeur surchauffée seraient trop faibles : la vapeur sort du GV à l'état saturé sec (titre thermodynamique $\simeq 1$, sur la courbe de saturation). Les températures et pressions à la source froide sont de l'ordre de 30°C et 0.04 bars.

Une détente directe de la vapeur entre ces deux états conduirait à un titre thermodynamique en fin de détente trop faible, ce qui serait à la fois pénalisant sur le plan des performances, et fatal pour la tenue mécanique des aubages des turbines. On n'acceptera que des titres supérieurs à $x \geq 0.85$ (85% de vapeur et 15% de liquide en masse dans le mélange).

La solution retenue consiste à scinder la détente en deux, avec une pression intermédiaire de 11 bars, et une utilisation d'une fraction de la vapeur du GV pour une surchauffe. Cela permet d'augmenter le rendement et de respecter la contrainte de titre de fin de détente dans la turbine basse pression.

L'objet de cette séance est de calculer tous les paramètres thermodynamiques pour un modèle de ce cycle. Les résultats obtenus permettront, connaissant la puissance thermique à la source chaude que nous supposons fournie par nos collègues étudiant la partie nucléaire de la centrale, de prédire la puissance électrique fournie, mais également le débit à assurer dans le circuit secondaire : nous pourrons alors fournir les paramètres dimensionnant pour les pompes, le condenseur, et le séparateur-surchauffeur.

Modélisation du cycle

Fluid Data

Isobaric Data for P = 72.000 bar

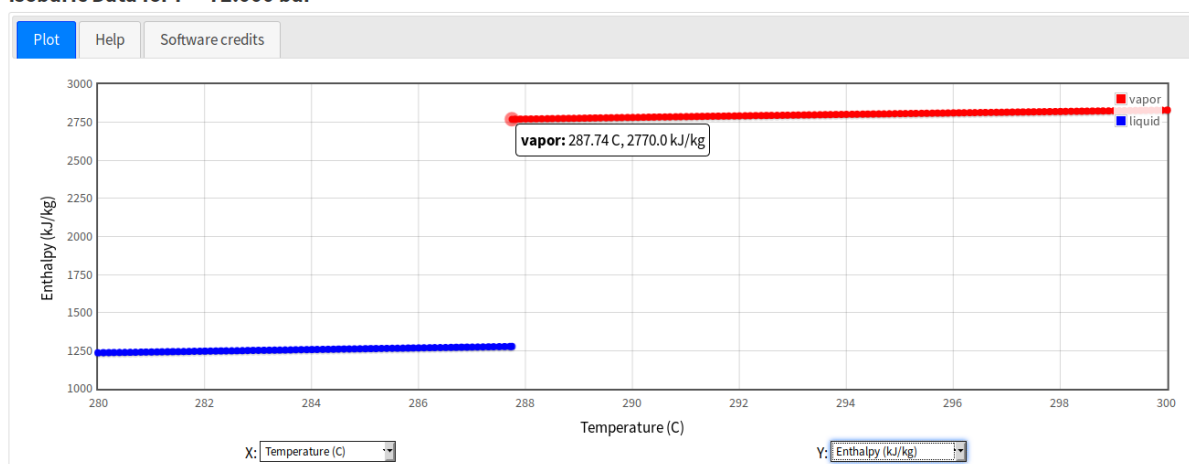


FIGURE 10 – Enthalpie massique de l'eau fonction de la température à 72 bars (image issue de :<https://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/>)

Vous utiliserez les données thermodynamiques de l'eau sur le site <https://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/> (voir Fig. 10). On impose les conditions en sortie de GV : $P = 72$ bars, état vapeur saturée, et en sortie de condenseur : $T = 30^\circ\text{C}$, état liquide saturé.

4.1.1 Cycle de Carnot équivalent

1. Trouver les températures chaudes et froides du cycle. Calculer le rendement d'un cycle de Carnot qui fonctionnerait entre les mêmes températures.

4.1.2 Cycle de Rankine avec machines idéales

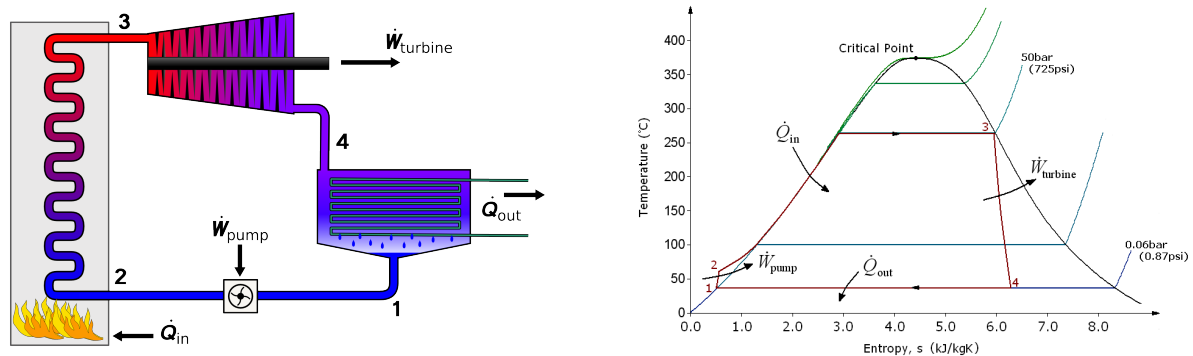


FIGURE 11 – Principe du cycle de Rankine : l'eau est vaporisée à la source chaude où elle reçoit $\dot{Q}_{in} > 0$. La vapeur saturée produite est détendue dans la turbine où le travail $\dot{W}_{turbine} < 0$ est produit. Le mélange eau-vapeur se condense en cédant $\dot{Q}_{out} < 0$ à la source froide. L'eau est ramenée à la pression de la branche chaude du circuit par le travail $\dot{W}_{pump} > 0$ de la pompe. Le travail utile est donc $\dot{W}_u = \dot{W}_{turbine} + \dot{W}_{pump}$. Attention aux signes! (images issues de : https://fr.wikipedia.org/wiki/Cycle_de_Rankine)

On va considérer dans un premier temps un cycle sans étape intermédiaire. On le nomme cycle de Rankine. Un circuit réalisant un tel cycle est représenté en figure 11. On utilisera la numérotation de la figure pour notre exercice.

On supposera que les détentes et compressions se font de manière isentropique. L'eau est sous forme liquide aux points 1 et 2, et sous forme de vapeur saturée au point 3. Au point 4, on a un mélange liquide-vapeur à l'équilibre thermodynamique.

On prendra un débit de masse unitaire dans le circuit. Pour accéder aux « vraies » valeurs des chaleurs et travaux pour la centrale, il suffira ensuite de tout multiplier par le débit massique réel dans le circuit secondaire. On cherche à remplir le tableau suivant :

Point	T ($^\circ\text{C}$)	P (bars)	h	s	x
1	30				0
2					
3		72			1
4					

1. Remplir les données manquantes aux points 1 et 3 à partir des tables thermodynamiques de l'eau.

2. On néglige les pertes de charge dans les échangeurs : reporter les valeurs de pression aux points 2 et 4 (c'est-à-dire que $p_2 = p_3$ et $p_4 = p_1$).
3. Commencer à traiter les transformations à partir d'un point où l'on connaît complètement l'état thermodynamique : par exemple, le point 1. Pour la transformation entre le point 1 et le point 2, on a une compression liquide *isentropique*. En utilisant cette contrainte ($s_2 = s_1$), relever dans les tables thermodynamiques $h_{2,s}$, en déduire le travail de compression par unité de masse de fluide.
4. Calculer ensuite la chaleur apportée par la source chaude par unité de masse de fluide.
5. Calculer la détente, en utilisant l'hypothèse que la transformation est isentropique : pour cela, il faudra passer par un calcul du titre thermodynamique. Quel est le travail par unité de masse de fluide à la turbine ? Le titre en fin de détente est-il satisfaisant, sachant qu'un titre de 0.85 est déjà très pénalisant (il y a trop d'eau liquide) ?
6. Finir le travail en calculant la chaleur par unité de masse de fluide cédée à la source froide, et le rendement du cycle. On le comparera au rendement du cycle de Carnot.

4.1.3 Prise en compte des rendements des diverses machines pour le cycle de Rankine

1. Reprendre alors le calcul du rendement du cycle en prenant un rendement isentropique de 0.9 pour la pompe, et un rendement isentropique, très mauvais à cause de la haute teneur en eau en fin de détente, de 0.8 pour la turbine.
2. Comment est modifié le titre en fin de détente ?

4.1.4 Cycle avec détente en deux phases, et séchage-surchauffage.

Nous allons maintenant étudier un cycle se rapprochant de celui d'une centrale nucléaire. Son principe est schématisé en figure 9. Quelques remarques : tout d'abord, il y a deux veines distinctes en sortie de GV. L'une d'elle est la veine principale (verte), qui est détendue dans la turbine HP. Le fluide en sortie de turbine HP est un mélange d'eau et de vapeur : la fraction d'eau est séparée et retourne directement à la bache alimentaire (branche bleue) tandis que la fraction de vapeur (branche jaune) passe dans le surchauffeur, la turbine BP, le condenseur, et une pompe qui ramène le fluide à la pression de la bache alimentaire. L'autre veine (rose) est réservée au surchauffage : la vapeur vive passe dans la branche chaude du séparateur-surchauffeur, où elle s'y condense, puis est détendue par un laminage à la pression de la bache.

Pour la modélisation, nous adopterons le schéma de la figure 12. L'idée est là aussi de procéder par étapes, en commençant par l'un des deux points connus : point 1 ou point 7 sur le schéma. Les précisions et hypothèses nécessaires à la résolution sont les suivantes :

- Les états thermodynamiques en sortie de GV (point 1) et du condenseur (point 7) sont les mêmes. On a une première détente HP à 11 bars.
- Le débit dans la veine principale est 95% du débit total⁴.
- L'échangeur « Surchauffeur » est conçu de telle sorte que pour sa branche chaude, le fluide sortant est de l'eau liquide à saturation (point 3'). Ceci peut-être une demande du concepteur de l'échangeur, qui se débrouillera pour le dimensionner de la sorte une fois que nous lui aurons fourni les résultats de nos calculs sur la branche froide.
- On supposera dans un premier temps toutes les turbines et pompes de rendement isentropique égal à 1, pas de pertes de charges dans les tuyaux, et un laminage (entre les points 3' et 4') isenthalpe.

4. Ordre de grandeur réel, on peut, à la fin du problème, refaire les calculs pour un autre débit prélevé pour la surchauffe.

1. Calculer les chaleurs et travaux,
2. les titres en fin de détente HP et BP,
3. et le rendement du cycle.
4. A-t-on beaucoup gagné en termes de rendement, en termes de titres ?

4.1.5 Prise en compte des rendements des diverses machines pour le cycle complexe

Nous avons vu que la détente est partiellement humide, ce qui provoque des phénomènes d'érosion et de corrosion, et dégrade fortement le rendement. La conception des turbines de centrales nucléaires est donc très particulière, d'autant plus que les débits de vapeurs étant très élevés, les sections sont grandes et la vitesse de rotation faible. Afin de pallier à la présence de gouttelles, certaines aubes ont des rainures parallèles au bord d'attaque, piégeant et centrifugeant les gouttes. On prendra pour rendement isentropique des pompes une valeur de 0.9, et pour les turbines de détente, cette fois-ci, un rendement meilleur (détente moins humide) de 0.85.

1. Refaire les calculs et relever les titres en sortie de détente HP et BP : le critère de tolérance sur la qualité de vapeur est-il respecté ?
2. Comparer le rendement réel du cycle au rendement réel du cycle de Rankine.

4.2 Transfert thermique entre combustible et caloporteur

Le but est d'estimer la température du combustible dans une centrale à eau sous pression de type N4, afin par exemple de vérifier que l'on reste en dessous de sa température de fusion, ou encore de prévoir sa dilatation thermique et donc de dimensionner le jeu initial entre le combustible et sa gaine.

Les paramètres globaux de ce palier sont donnés dans le Tab. 7.

Puissance thermique (MW)	4250
Puissance électrique (MW)	1470
Nombre de boucles	4
Température d'entrée (°C)	292
Température de sortie (°C)	329
Débit volumique (m ³ /h)	98000
Pression primaire (bar)	155

TABLE 7 – *Caractéristiques globales du réacteur N4*

Le combustible est contenu dans des crayons rassemblés en assemblages, eux-mêmes disposés pour former une structure cylindrique. La géométrie des crayons, ainsi que l'organisation du réseau constituant un assemblage sont fournies dans le Tab. 8 et la Fig. 13.

<i>Crayon</i>	
Diamètre du crayon (mm)	9.5
Longueur du crayon (m)	4.3
<i>Assemblage</i>	
Réseau carré	17 × 17
Pas du réseau (mm)	12.6
Tubes guides	24
Tube d'instrumentation	1
Nombre de crayons / assemblage	264 = (17 × 17) – 24 – 1
<i>Cœur</i>	
Nombre d'assemblages	205

TABLE 8 – *Organisation en réseau du combustible dans le cœur du réacteur N4*

Le crayon combustible cylindrique contient un ensemble de pastilles d'oxyde d'Uranium UO_2 empilées dans une gaine en Zircalloy (alliage à base de Zirconium). Il existe également un jeu entre les pastilles et la gaine. Une coupe d'un crayon est donnée en Fig. 14, et les dimensions principales sont rappelées dans le Tab. 9.

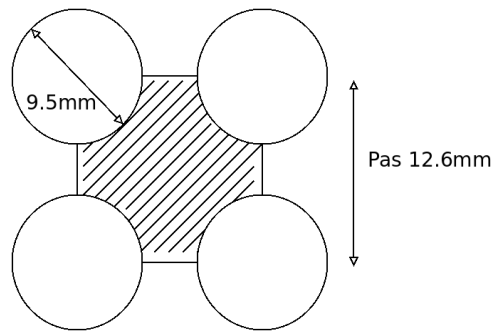


FIGURE 13 – Maille élémentaire du réseau dans un assemblage. Cercles blancs : crayon combustible ou tube guide. Surface hachurée : surface débitante élémentaire (« sous-canal »)

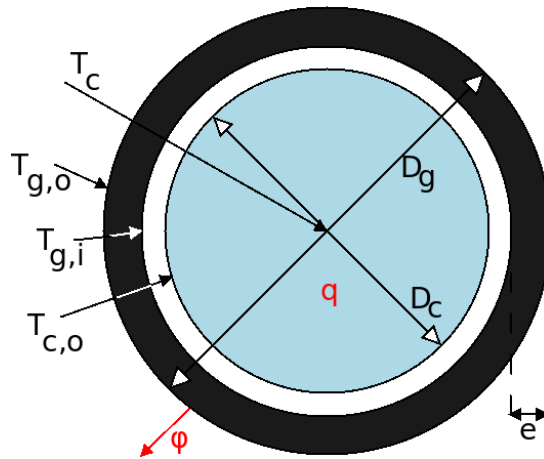


FIGURE 14 – Coupe d'un crayon de combustible. En noir : gaine en Zircalloy de diamètre extérieur D_g et d'épaisseur e . En blanc : jeu contenant de l'Helium. En gris : pastille d' UO_2 de diamètre D_c .

Notez également la définition des températures aux interfaces.

Longueur du crayon (m)	4.3
Diamètre de gaine D_g (mm)	9.5
Epaisseur de gaine e (mm)	0.53
Diamètre de pastille combustible D_c (mm)	8.2

TABLE 9 – Caractéristiques d'un crayon combustible (réacteur $N4$)

4.2.1 Transfert thermique entre le caloporteur et la gaine

L'échange de chaleur entre le combustible et le fluide primaire se fait par convection forcée, dans un réseau de tubes verticaux. On va supposer pour le calcul que le flux de chaleur est homogène, de même que les vitesses débitantes. On prendra de plus les propriétés de l'eau à 155 bars et à la température moyenne de 310°C :

ρ (kg.m ⁻³)	μ (10 ⁻⁶ Pa.s)	c (kJ.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	λ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)
747	90	5.2	0.45

1. Calculer la surface débitante élémentaire S_m d'une maille, ainsi que le diamètre hydraulique D_h correspondant.
2. Calculer la surface débitante totale, en déduire la vitesse débitante V .
3. En déduire le nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique $Re = \frac{VD_h}{\mu/\rho}$.
4. Utiliser la corrélation de Dittus et Boelter afin de calculer le nombre de Nusselt $Nu = \frac{hD_h}{\lambda}$:

$$Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.4}$$

5. En déduire la valeur du coefficient de transfert thermique h .
6. A partir des données des Tabs. 7 et 8, calculer la densité surfacique de flux de chaleur φ (W.m⁻²) au niveau de la paroi des crayons.
7. En déduire l'élévation de température entre le fluide caloporteur et la paroi externe du crayon combustible.
8. Déterminer la température de la paroi externe du crayon en prenant pour température du fluide la valeur 310°C.

Si vous ne trouvez pas la solution, appelez la température de paroi à la surface du crayon $T_{g,o}$ (extérieur de la gaine) et continuez le problème.

4.2.2 Transfert thermique dans le crayon

Les conductivités thermiques des matériaux sont les suivants :

λ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)		
Zircalloy	Helium	UO ₂
17.3	0.32	3.5

Le but étant de trouver la température au centre de la pastille combustible, connaissant la température et φ sur l'extérieur du crayon, nous allons procéder par étapes, de l'extérieur vers l'intérieur.

1. Résoudre l'équation de la chaleur en géométrie axisymétrique pour trouver la température à l'interface entre la gaine et le jeu $T_{g,i}$. Utiliser la température $T_{g,o}$ et la densité surfacique de flux φ .

Rappels : équation de la chaleur en régime stationnaire, sans source volumique

$$\lambda \Delta T = 0$$

Et en exprimant le laplacien en géométrie axisymétrique :

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$$

Densité surfacique de flux de chaleur :

$$\varphi = -\lambda \nabla T$$

2. Calculer la densité surfacique de flux de chaleur à l'interface entre la gaine et le jeu φ_i (il y a deux méthodes).
3. Reprendre le raisonnement pour trouver la température à l'interface entre le jeu et la pastille combustible $T_{c,o}$.
4. Dans la pastille, il y a une source de chaleur en volume. Calculer la densité volumique de cette source q (W.m^{-3}).
5. Résoudre enfin l'équation de la chaleur avec source volumique afin de trouver la température au centre de la pastille T_c .

Rappel :

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -q$$

6. Est-on en dessous de la température de fusion (2750°C) ? Dans la réalité, où la puissance n'est pas homogène (distribution axiale et radiale) et le débit non plus, cette température est comprise entre 900°C et 1200°C .