

# Turbomachines à fluide incompressible — Cavitation

## Recueil d'exercices

Florent Ravelet<sup>a</sup>

<sup>a</sup> *Arts et Métiers Science et Technologie, LIFSE,*  
151 boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France.  
contact: florent.ravelet@ensam.eu

19 octobre 2022

# 1 Exercices sur le bilan d'énergie

## 1.1 Facteur de correction pour l'énergie cinétique

Dans l'approximation de l'écoulement uniforme, on introduit une vitesse *débitante* au niveau des entrées ou sorties  $U$  telle que :

$$\begin{aligned}\dot{m} &= \left| \int_S (\rho \vec{u} \cdot \vec{n}) ds \right| \\ \dot{m} &= \rho S U\end{aligned}$$

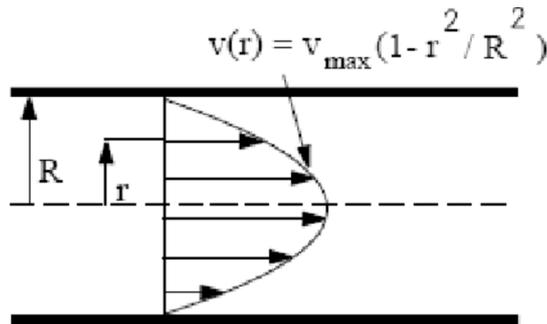


FIGURE 1 – Profil de vitesse en écoulement laminaire développé dans un tube de section circulaire

Pour l'écoulement dans un tube, l'énergie cinétique par unité de masse moyenne sur une section n'est pas  $U^2/2$ , car le carré d'une somme n'est pas égal à la somme des carrés. C'est pourquoi on introduit un facteur de correction  $\alpha$  tel que :

$$\int_S \left( \frac{1}{2} u^2 \right) (\rho \vec{u} \cdot \vec{n}) ds = \dot{m} \alpha \frac{U^2}{2}$$

Montrer que pour un écoulement incompressible laminaire développé dans un tube de section circulaire (voir Fig. 1)  $\alpha = 2$ .

## 1.2 Calcul du débit dans le circuit primaire d'un réacteur nucléaire

Connaissant la puissance thermique dégagée dans le cœur du réacteur d'une centrale à eau sous pression du palier 900 MWe,  $Q = 2785$  MW, et les températures froides  $T_f = 284^\circ\text{C}$  et chaudes  $T_c = 322^\circ\text{C}$  en entrée et sortie du réacteur, calculer le débit massique dans la totalité du circuit primaire.

D'après le NIST, à 155 bars et  $284^\circ\text{C}$ ,  $c_p = 5.139$  kJ.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> et  $h = 1253.3$  kJ.kg<sup>-1</sup> et à 155 bars et  $322^\circ\text{C}$ ,  $c_p = 6.240$  kJ.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> et  $h = 1465.4$  kJ.kg<sup>-1</sup>.

### 1.3 Rendement d'un ventilateur

Un ventilateur est alimenté avec une puissance de 50 W (voir Fig. 2). En amont, l'air est à une vitesse nulle et à une pression de 1 bar. En aval, l'air est à une vitesse de  $12.1 \text{ m.s}^{-1}$  et à la pression de 1 bar. Le débit d'air véhiculé est de  $0.506 \text{ kg.s}^{-1}$ . Calculer le rendement du ventilateur.

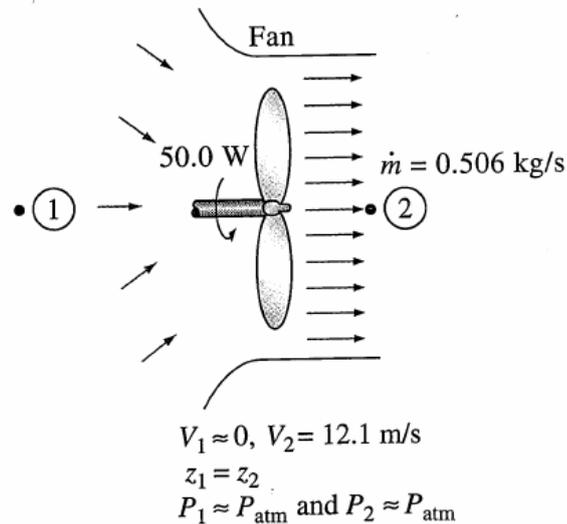


FIGURE 2 – Volume de contrôle autour du ventilateur

### 1.4 Echauffement de l'eau dans une pompe

Une pompe est alimentée avec un moteur électrique de 15 kW dont le rendement est de 90%. Elle véhicule un débit d'eau ( $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ) de  $50 \text{ L.s}^{-1}$  et élève sa pression de 100 kPa à 300 kPa (voir Fig. 3). Calculer le rendement hydraulique de la pompe et l'élévation de température de l'eau (prendre  $c_v = 4.18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ).

### 1.5 Puissance générée par une turbine hydraulique dans un barrage

Dans un barrage hydroélectrique, un débit de  $100 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$  s'écoule à travers une turbine. L'élévation entre le point 1 et le point 2 est de 120 m (voir Fig. 4). Les pertes de charge hydraulique régulières dans la conduite (en excluant les pertes hydrauliques au niveau de la turbine) sont de 35 m de colonne d'eau. En supposant un rendement global pour la turbine et la génératrice électrique de 80%, donner la puissance électrique fournie. De combien augmente la production pour chaque point de rendement gagné ?

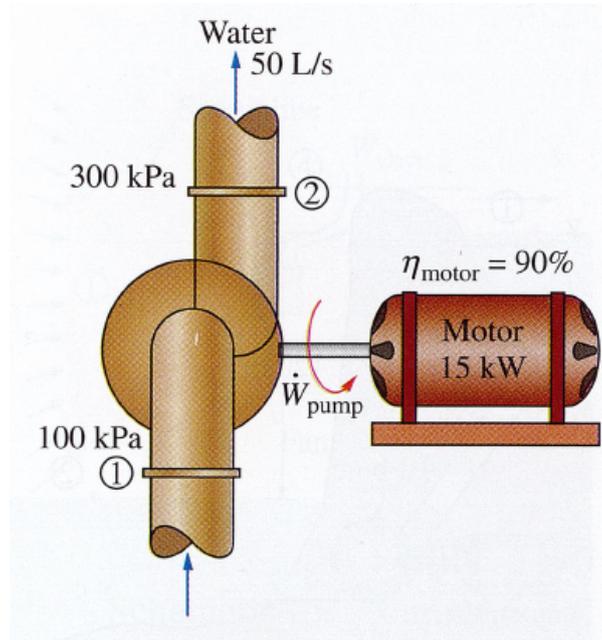


FIGURE 3 – Données pour le fonctionnement de la pompe

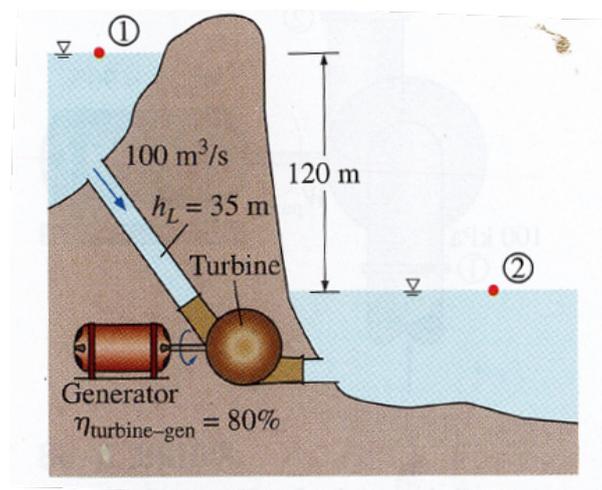


FIGURE 4 – Schéma pour l'exercice du barrage

## 2 Exercice sur le bilan intégral de quantité de mouvement

### 2.1 Perte de charge dans un élargissement brusque

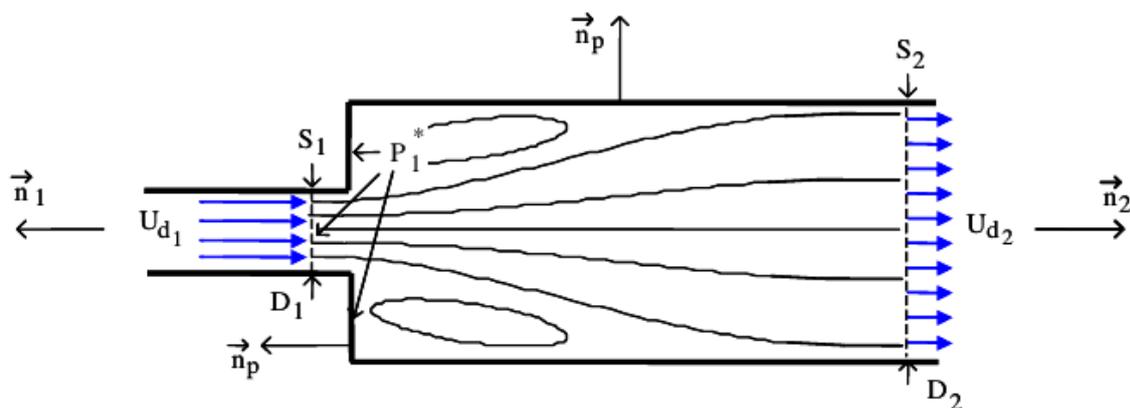


FIGURE 5 – Schéma de l'élargissement brusque

Considérons deux conduites cylindriques de diamètres  $D_1$  et  $D_2$  raccordées sur le même axe et telles que  $D_2 > D_1$ . L'expérience montre que l'écoulement se sépare sur le raccordement. Dans la région décollée, on observe la formation d'une zone de recirculation avec des tourbillons (voir Fig. 5). A une distance d'environ 20 fois le diamètre  $D_2$ , la perturbation est oubliée et l'écoulement est à nouveau établi (le profil de vitesse n'évolue plus).

On va montrer ici que, même en négligeant les frottements sur les parois, cette singularité induit une dissipation d'énergie mécanique (qui trouve son origine dans l'écoulement tourbillonnaire), que l'on exprimera sous forme de « perte de charge hydraulique ».

Pour calculer la perte de charge dans cette singularité, et le coefficient associé, nous allons écrire les bilans intégraux de masse, de quantité de mouvement et d'énergie cinétique entre une section en amont et une section en aval dans lesquelles l'écoulement est établi (pas d'évolution longitudinale des profils de vitesse, filets fluides rectilignes et parallèles, écoulement unidimensionnel). On se place en écoulement incompressible de masse volumique  $\rho$ . On négligera les forces de friction visqueuses sur les parois solides. De même, on ne tiendra pas compte des termes de gravité.

On constate expérimentalement que la pression sur la paroi solide correspondant au raccord des deux tubes est très proche de la pression dans la section  $S_1$  (voir Fig. 5). On écrira donc (en utilisant la notation de la figure)  $P_1^* = P_1$ .

1. Ecrire le bilan de masse dans le volume de contrôle limité par les surfaces d'entrée  $S_1$ , de sortie  $S_2$  et les surfaces solides des tubes compris entre l'entrée et la sortie.
2. Ecrire le bilan de quantité de mouvement projetée dans la direction axiale dans ce même volume de contrôle.

3. Ecrire le bilan d'énergie mécanique dans ce même volume de contrôle en faisant intervenir l'énergie massique dissipée par les efforts internes sous forme d'un terme inconnu  $e_{mechloss}$ .
4. L'exprimer en fonction de  $S_1$ ,  $S_2$  et  $U_{d1}$ .
5. Proposer un coefficient de perte de charge singulière et donner son expression en fonction de  $S_1$  et  $S_2$ .

## 3 Adaptation pompe/circuit

### Description

Une pompe centrifuge aspire de l'eau dans un puits et la refoule dans un réservoir (voir Fig. 6 gauche). Les caractéristiques de ce circuit sont les suivantes :

- Aspiration :
  - La surface libre du puits est à la pression  $p_0$  ;
  - Le tuyau d'aspiration a un diamètre de 100 mm, et une longueur équivalente de 36 m ;
  - La hauteur géométrique à l'aspiration est  $h_{ga} = 3$  m.
- Refoulement :
  - La surface libre du réservoir est à la pression  $p_1 = p_0 + 1$  bar (pression relative de 1 bar) ;
  - Le tuyau de refoulement a un diamètre de 100 mm, et une longueur équivalente de 125 m ;
  - La hauteur géométrique au refoulement est  $h_{gr} = 12$  m.

Les courbes caractéristiques de cette pompe dont données en Fig. 6 (droite).

### Hypothèses

On admettra pour les calculs de pertes de charge que l'écoulement dans les conduite est turbulent rugueux et de ce fait, on prendra pour coefficient de perte de charge régulière la valeur  $\lambda = 0.03$ .

### Questions

1. En utilisant la relation de Bernoulli généralisée entre 0 et 1, calculer la hauteur manométrique totale que doit fournir la pompe en fonction du débit volumique  $Q$ .
2. En déduire le point de fonctionnement en utilisant la caractéristique de la pompe fournie en Fig. 6.
3. Calculer le coût énergétique (en kWh) du mètre cube pompé, en incluant un rendement du moteur électrique de 0.8.
4. L'installation dispose d'une pompe identique en réserve. Calculer le nouveau point de fonctionnement si on couple les deux pompes :
  - En série ;
  - En parallèle.
5. Calculer le coût énergétique (en kWh) du mètre cube pompé dans chacun des deux cas.

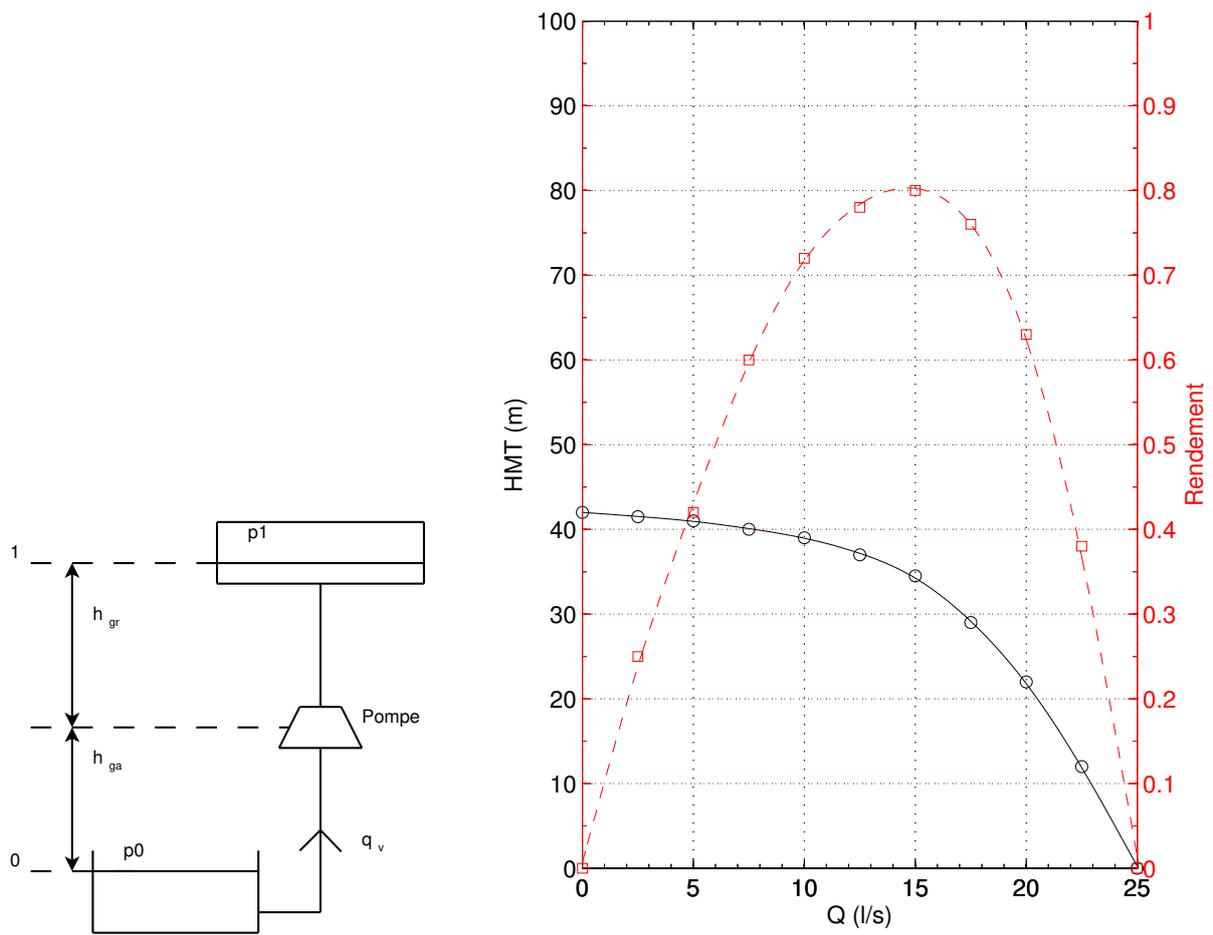


FIGURE 6 – A gauche : schéma du circuit. A droite : Courbes caractéristiques de la pompe. Ronds & ligne continue : hauteur manométrique totale (échelle de gauche), carrés & ligne discontinue : rendement (échelle de droite)

## 4 Analyse du fonctionnement d'une pompe centrifuge

### Description

La pompe étudiée possède les caractéristiques de fonctionnement fournies sur la figure 7. Les figures 8 et 9 donnent les dessins de définition de la roue, en vue méridienne et en vue de face.

### Hypothèses

- L'entrée du fluide dans la roue s'effectue sans prérotation, pour l'ensemble des points de fonctionnement.
- Le débit d'adaptation est confondu avec le débit de rendement maximal.
- L'obstruction de la section d'entrée d'aubage par l'épaisseur des aubes est supposée négligeable.
- On indice par 1 l'entrée de la roue, par 2 la sortie.

### Questions

1. Relever directement sur les figures l'ensemble des paramètres géométriques ou de fonctionnement de la roue de référence (indiquée  $\phi 408$  sur la Fig. 7) :
  - vitesse de rotation  $N$ , débit d'adaptation  $Q_a$  et hauteur manométrique nominale  $H_N$
  - rendement global et puissance mécanique absorbée sur l'arbre au point nominal
  - entrée de la roue : rayon à la ligne moyenne  $R_1$ , hauteur d'aubage  $b_1$
  - sortie de la roue :  $R_2$ ,  $b_2$  et angle d'aubage en sortie  $\beta_{2\infty}$
  - nombre d'aubages  $Z$
  - l'entrée d'aubage étant mixte (mélange de composantes radiales et axiales), on ne peut mesurer l'angle d'entrée d'aubage  $\beta_{1,0}$  sur la vue de face. Le déduire en utilisant la condition d'adaptation en entrée.
2. Placer cette pompe dans le diagramme de Cordier (figure 10).
3. En se plaçant au débit d'adaptation  $Q = Q_a$ , déterminer :
  - Les deux composantes de la vitesse absolue en sortie  $C_{m2}$  et  $C_{\theta 2\infty}$
  - La vitesse d'entraînement en périphérie de roue  $U_2$
  - La hauteur théorique d'Euler  $H_{th\infty}$
  - Le coefficient de glissement à l'aide de la relation de Pfeleiderer :

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{1.2(1 + \cos(\beta_{2,\infty}))}{z \left(1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right)}}$$

- La hauteur théorique tenant compte du nombre fini d'aubages  $H_{th}$
  - Le rendement hydraulique  $\eta_{hyd}$  et la perte hydraulique correspondante  $\delta h_{loss}$
4. Tracer la droite théorique d'Euler  $H_{th\infty}(Q)$  en fonction de  $Q$ . Tracer sur le même graphique la droite  $H_{th}(Q)$  en admettant qu'elle est parallèle à  $H_{th\infty}(Q)$ ; Reporter la hauteur réelle lue sur la Fig. 7. Tracer en fonction du débit les pertes hydrauliques  $\delta h_{loss}(Q)$ .

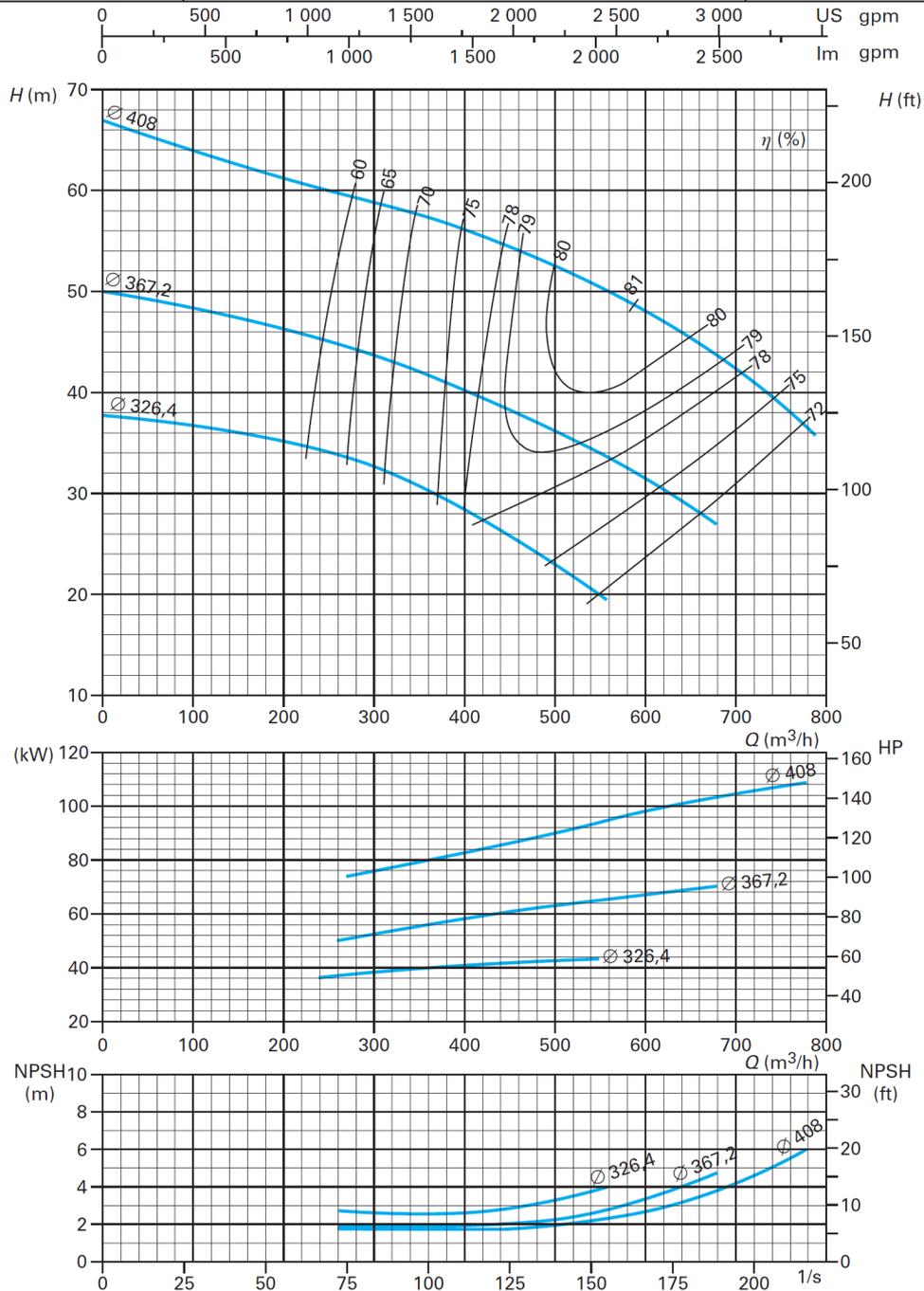
5. Au débit d'adaptation  $Q = Q_a$ , on suppose connues les pertes mécaniques (dues aux paliers et dispositifs d'étanchéité)  $P_{pertes\ m} = 2800W$  et le débit de fuite (re-circulant)  $q_f = 16,5m^3/h$ . En déduire les différents rendements (mécanique, volumétrique et global).
6. Calculer la performance  $H_n(Q_a)$  de cette pompe lorsqu'elle tourne à 1800 tr/min.
7. Calculer la performance  $H_n(Q_a)$  avec un modèle homothétique de cette pompe ayant un diamètre extérieur de 300 mm.
8. Calculer la performance  $H_n(Q_a)$  avec un modèle homothétique de cette pompe ayant un diamètre extérieur de 300 mm et tournant à 1800 tr/min.



MP 250.200.400

1470 tr/min  
Rpm

H1251



Caractéristiques obtenues pour un fonctionnement en liquide de densité 1 et viscosité cinématique de l'ordre de 1 cSt.

FIGURE 7 – Courbes caractéristiques de la pompe

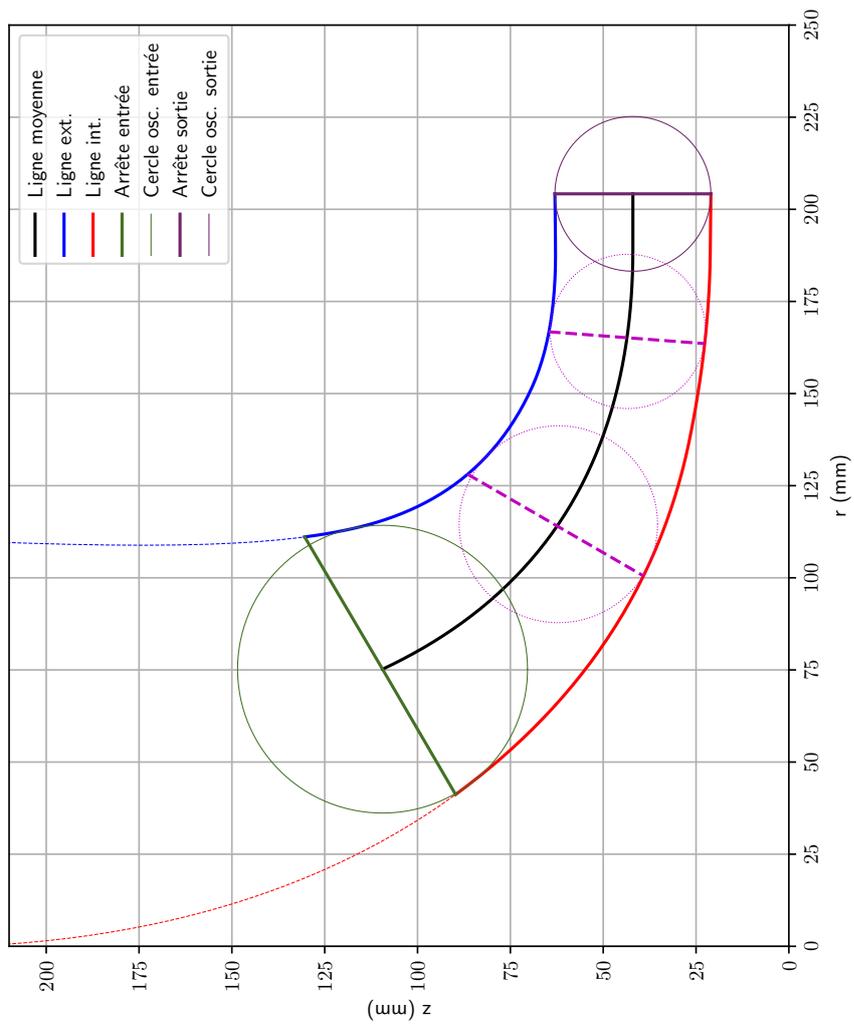


FIGURE 8 – Vue méridienne de la roue

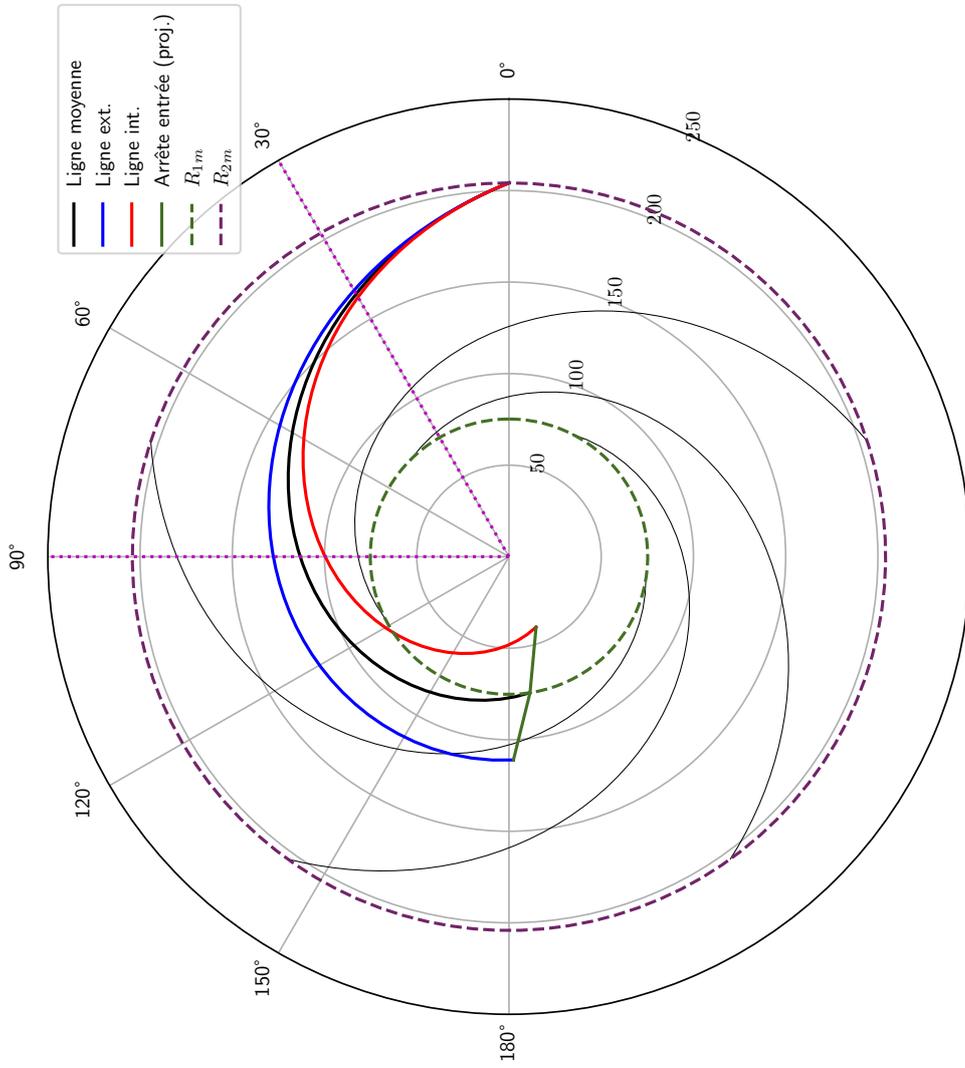


FIGURE 9 – Vue de face de la roue

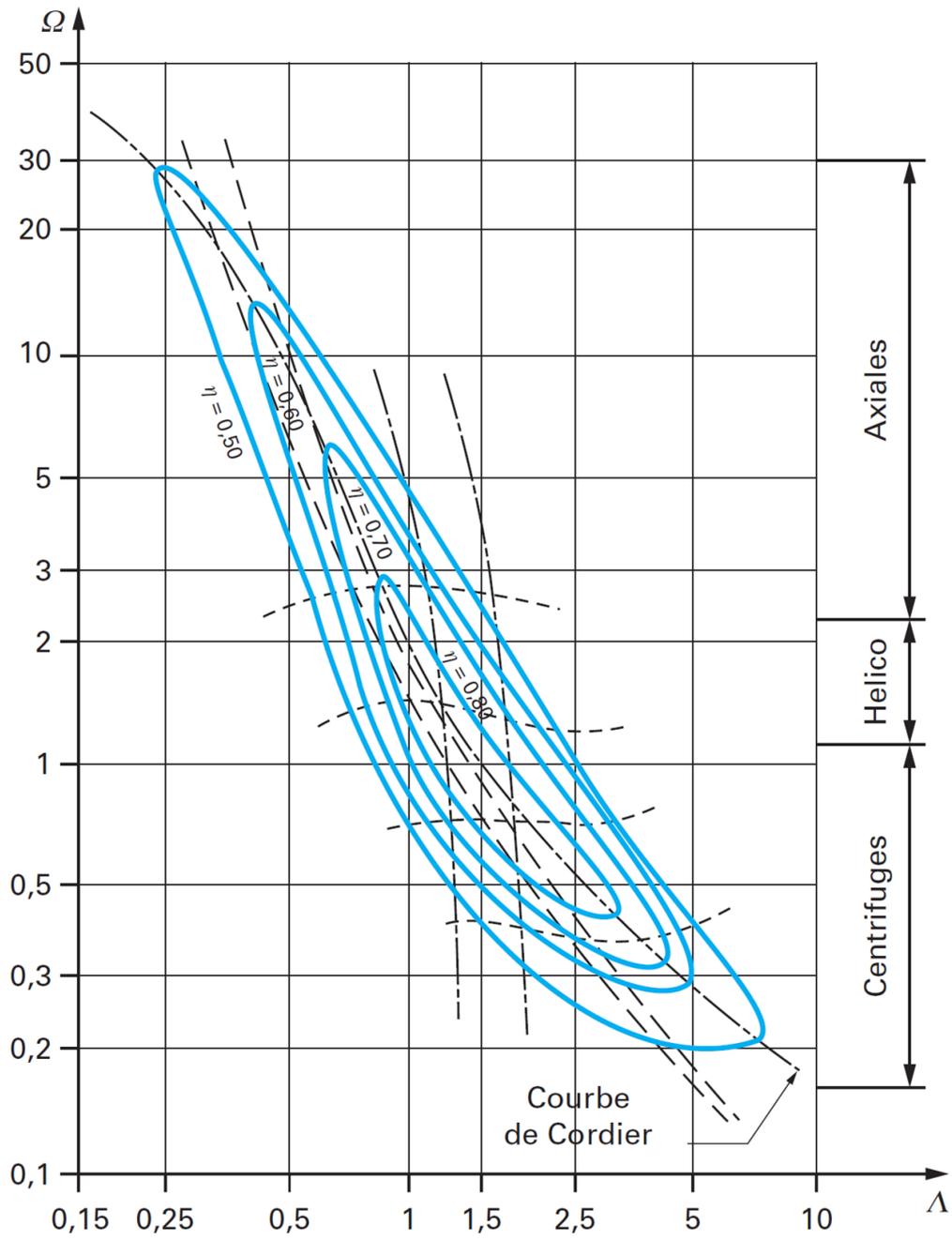


FIGURE 10 – Diagramme de Cordier

# 5 Turbopompe à Oxygène du moteur Vulcain

## Description

On s'intéresse dans cette étude au fonctionnement nominal de la turbopompe à oxygène du moteur Vulcain. Cette machine est constituée d'une pompe centrifuge alimentée par un inducteur mixte monté sur le même arbre. La coupe méridienne de la turbopompe ainsi que les vues 3D de l'inducteur et de la roue centrifuge sont fournies en Fig. 11. Les données nécessaires sont fournies dans le Tab. 1.

Vitesse de rotation	$N = 13290$ rpm
Elevation de pression pompe centrifuge	$\Delta p_c = 125$ bars
Débit massique	$\dot{m} = 207.6$ kg.s <sup>-1</sup>
Masse volumique de l'oxygène liquide	$\rho = 1182$ kg.m <sup>-3</sup>
NPSP disponible	$NPSP_d = 1.6$ bars

TABLE 1 – Données du problème

Hypothèses retenues :

- L'entrée du fluide dans les roues s'effectue sans prérotation ;
- Le débit d'adaptation de la roue centrifuge et le débit nominal de la machine sont confondus ;

## Analyse de la roue centrifuge

1. Après avoir repéré la roue centrifuge, puis avoir relevé sur la Fig. 11 les paramètres géométriques nécessaires, calculer les angles à l'entrée d'aubage  $\beta_{10}$  et à la sortie d'aubage  $\beta_{2,\infty}$  pour la roue centrifuge. Pour ce dernier calcul, on prendra un coefficient de glissement  $\mu = 0.75$  et le rendement hydraulique  $\eta_h$  sera estimé à partir de la corrélation empirique de Lomakine :

$$\eta_h = 1 - \frac{0.42}{(\log_{10}(dred) - 0.172)^2}$$

$$dred = 4250 \left( \frac{Q_v}{N} \right)^{1/3}$$

avec  $Q_v$  le débit volumique en m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> et  $N$  la vitesse de rotation en rpm.

2. Calculer le NPSP requis  $NPSP_r$  à partir de la formule suivante :

$$NPSP_r = \frac{1}{2}\rho C_1^2 + \lambda \frac{1}{2}\rho W_c^2$$

où  $C_1$  est la vitesse débitante à l'entrée,  $W_c$  est la vitesse débitante dans le col, et  $\lambda$  est le coefficient de dépression dynamique. On prendra ici une section de col égale à 1/4 de la section d'entrée, et  $\lambda = 0.55$ .

3. Comparer les NPSP requis et disponibles. Que peut-on en conclure ? Quelles solutions sont-elles envisageables ?

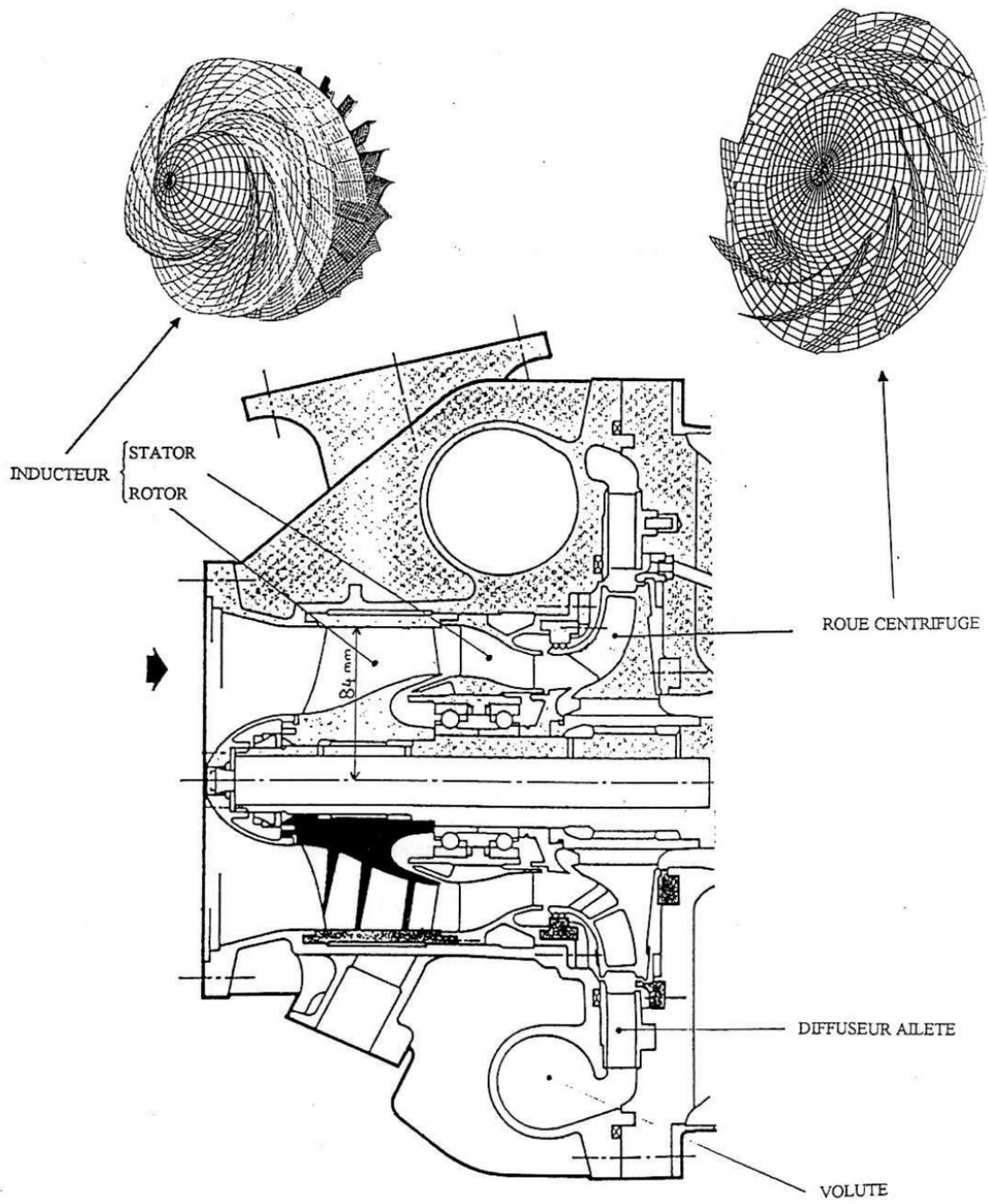


FIGURE 11 – Turbopompe à oxygène du moteur Vulcain

## Analyse de l'inducteur

1. Quelle élévation de pression minimale  $\Delta p_i$  l'inducteur doit-il fournir pour un fonctionnement sans cavitation de la roue centrifuge ?
2. En déduire l'élévation de pression de la turbopompe  $\Delta p$ .
3. Calculer la vitesse spécifique de l'inducteur ( $\Omega_i$ ), la comparer à la vitesse spécifique de la pompe centrifuge ( $\Omega_c$ ) et conclure.
4. En s'aidant de la Fig. 11 pour le calcul de la section d'entrée de l'inducteur, sachant que la section du col est de  $105 \text{ cm}^2$  pour l'inducteur, et en retenant pour celui-ci une valeur du coefficient de dépression dynamique  $\lambda = 0.08$ , calculer le  $NPS P_r$  de l'inducteur.