

ExamEN2022_11

November 29, 2022

On importe les librairies numpy et matplotlib

```
[1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib notebook
```

1 Questions de cours

1.1 Radioactivité alpha:

La particule α est un **noyau** et non un atome. Il n'y a pas d'électrons qui gravitent autour. On pourrait noter:



1.2 Le numéro atomique caractérise l'élément

1.3 Utilisez au besoin un argument dimensionnel: une seule des relations est homogène

1.4 Dans le noyau, un neutron devient proton pour la radioactivité bêta-

Donc on garde le même nombre de masse A et l'élément Z devient l'élément $Z+1$ (ici ${}_{29}\text{Cu} \rightarrow {}_{30}\text{Zn}$).

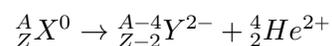
1.5 Ne pas confondre puissance et énergie

2 Masses, Energies et Réactions nucléaires

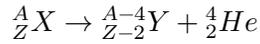
Relire aussi le complément fourni dans le sujet d'examen (si un noyau perdait spontanément un neutron ou un proton, c'est que celui-ci ne serait pas lié).

Pour le bonus: comme on utilise des masses **atomiques**, le nombre total d'électrons est conservé pour les diverses possibilités envisagées et on n'a pas à s'en préoccuper.

Par exemple, pour la radioactivité α , on a en fait émission d'un noyau d'hélium 4 (ionisé 2+) et l'atome initial X^0 (neutre) s'est transformé en un autre élément Y^{2-} (ionisé 2-):



Mais, en termes de masse, ceci est équivalent (aux énergies des liaisons électroniques près, parfaitement négligeables devant les énergies des liaisons nucléaires) à:



```
[2]: mn = 1.008664 #u
mh = 1.007825 #u
mhe = 4.002603 #u
mli = 7.016003 #u
mb10 = 10.012936 #u
mb11 = 11.009305 #u
mth = 234.043599 #u
mpa7 = 237.051023 #u
mu7 = 237.048728 #u
mu8 = 238.050786 #u
u=931.494 #MeV
```

2.1 Essai perte neutron

```
[3]: print("masse u237 + neutron={:.6f}".format(mu7+mn) + " u")
```

masse u237 + neutron=238.057392 u

2.2 Masse (u237 + n) par rapport à masse u238

```
[4]: print("masse finale - masse initiale={:.6f}".format((mu7+mn)-mu8) + " u")
```

masse finale - masse initiale=0.006606 u

Si l'uranium 238 perdait un neutron, on gagnerait de la masse donc ça absorberait de l'énergie.

2.3 Essai perte proton

```
[5]: print("masse pa237 + proton={:.6f}".format(mpa7+mh) + " u")
```

masse pa237 + proton=238.058848 u

2.4 Masse (pa237 + proton) par rapport à masse u238

```
[6]: print("masse finale - masse initiale={:.6f}".format((mpa7+mh)-mu8) + " u")
```

masse finale - masse initiale=0.008062 u

Si l'uranium 238 perdait un proton, on gagnerait de la masse donc ça absorberait de l'énergie.

2.5 Essai perte alpha

```
[7]: print("masse th234 + he={:.6f}".format(mth+mhe) + " u")
```

masse th234 + he=238.046202 u

2.6 Masse (th234 + he) par rapport à masse u238

```
[8]: print("masse finale - masse initiale={:.6f}".format((mth+mhe)-mu8) + " u")
```

masse finale - masse initiale=-0.004584 u

Si l'uranium 238 perd une particule α , on perd de la masse donc ça dégage de l'énergie.

2.7 Essai perte 2 neutrons + 2 protons non liés

```
[9]: print("masse th234 + 2 neutrons + 2protons={:.6f}".format(mth+2*mn+2*mh) + " u")
```

masse th234 + 2 neutrons + 2protons=238.076577 u

2.8 Masse (th234 + 2n +2p) par rapport à masse u238

```
[10]: print("masse finale - masse initiale={:.6f}".format((mth+2*mn+2*mh)-mu8) + " u")
```

masse finale - masse initiale=0.025791 u

Si l'uranium 238 perdait deux protons et deux neutrons **séparés**, on gagnerait de la masse donc ça absorberait de l'énergie.

2.9 Energie dégagée par la radioactivité alpha de l'uranium 238

```
[11]: print("L'énergie dégagée par la seule réaction spontanée possible")  
print("u238->th234+he vaut {:.2f}".format((mu8-(mth+mhe))*u) + " MeV.")
```

L'énergie dégagée par la seule réaction spontanée possible
u238->th234+he vaut 4.27 MeV.

2.10 Energie de liaison par nucléon lié du bore 10

On s'intéresse à l'énergie de liaison du **noyau** de bore 10.

Il faut comparer la masse du noyau de bore 10 à la somme des masses de ses constituants. La différence de masse correspondra à l'énergie de liaison du noyau de bore 10. Pour avoir l'énergie de liaison par nucléon, il faut ensuite diviser par le nombre total de nucléons.

Attention à deux choses:

- l'utilisation de tables de masses **atomiques**: il faut compter les 5 électrons qui sont inclus dans la valeur fournie pour la masse de l'atome de bore 10.
- l'interprétation du **signe**. Pour manipuler des quantités **positives**, on va calculer la différence de masse entre (5 protons + 5 neutrons + 5 électrons) et (atome de bore 10). En fait, il n'y a pas besoin d'avoir la masse d'un électron, puisqu'on fournit la masse de l'atome d'hydrogène qui vaut (1 proton + 1 électron) à 10^{-8} u près.

```
[12]: DeltaM10=((5*mh+5*mn)-mb10)/10  
print("L'énergie de liaison par nucléon du bore 10 vaut {:.2f}".  
↪format(DeltaM10*u) + " MeV")
```

L'énergie de liaison par nucléon du bore 10 vaut 6.47 MeV

2.11 Energie de liaison par nucléon lié du bore 11

```
[13]: DeltaM11=((5*mh+6*mn)-mb11)/11
print("L'énergie de liaison par nucléon du bore 11 vaut {:.2f}".
      ↪format(DeltaM11*u) + " MeV")
```

L'énergie de liaison par nucléon du bore 11 vaut 6.93 MeV

2.12 Le dernier neutron du bore 11 est très fortement lié

Une cause est le passage d'un noyau impair-impair (cas très rarement stable) à un noyau impair-pair.

2.13 Energie d'excitation

```
[14]: DeltaM11starM11=(mb10+mn)-mb11
print("L'énergie d'excitation du bore 11 après capture vaut {:.2f}".
      ↪format(DeltaM11starM11*u) + " MeV")
```

L'énergie d'excitation du bore 11 après capture vaut 11.45 MeV

2.14 Fission du bore 11

```
[15]: print("masse finale - masse initiale={:.6f}".format((mli+mhe)-(mb10+mn)) + " u")
print("on perd de la masse donc ça dégage de l'énergie ({:.2f}".
      ↪format(-((mli+mhe)-(mb10+mn))*u) + " MeV)")
```

masse finale - masse initiale=-0.002994 u

on perd de la masse donc ça dégage de l'énergie (2.79 MeV)

2.15 Répartition de l'énergie entre les produits

On va supposer le noyau de bore initialement au repos, et considérer que le neutron arrive sans énergie cinétique initiale. Dans l'état initial, la quantité de mouvement totale est donc nulle. Si on note K l'énergie dégagée par la réaction, m_7 la masse du lithium, \vec{v}_7 sa vitesse, m_4 la masse de l'hélium et \vec{v}_4 sa vitesse, on a par conservation de la quantité de mouvement totale:

$$m_7\vec{v}_7 + m_4\vec{v}_4 = \vec{0}$$

De plus, comme l'énergie cinétique est faible devant les énergies de masse, on peut rester dans le cadre de la physique classique. On a donc de plus:

$$\frac{1}{2}m_7v_7^2 + \frac{1}{2}m_4v_4^2 = K$$

On montre alors que:

$$\frac{1}{2}m_7v_7^2 = \frac{m_4}{m_4 + m_7}K$$

$$\frac{1}{2}m_4v_4^2 = \frac{m_7}{m_4 + m_7}K$$

```
[16]: K=-((mli+mhe)-(mb10+mn))*u
K7=(mhe)/(mhe+mli)*K
K4=(mli)/(mhe+mli)*K
V7SurC=(2*K7/(mli*u)**0.5
V4SurC=(2*K4/(mhe*u)**0.5
print("L'énergie cinétique emportée par le lithium 7 vaut {:.2f}".format(K7)+"
↳MeV")
print("L'énergie cinétique emportée par la particule alpha vaut {:.2f}".
↳format(K4)+" MeV")
print("La vitesse du lithium 7 vaut {:.3e}".format(V7SurC*3e8)+" m/s")
print("soit {:.3f}".format(V7SurC*3e5)+ " km/s")
print("La vitesse de la particule alpha vaut {:.3e}".format(V4SurC*3e8)+" m/s")
print("soit {:.3f}".format(V4SurC*3e5)+ " km/s")
```

L'énergie cinétique emportée par le lithium 7 vaut 1.01 MeV
L'énergie cinétique emportée par la particule alpha vaut 1.78 MeV
La vitesse du lithium 7 vaut 5.282e+06 m/s
soit 5282.326 km/s
La vitesse de la particule alpha vaut 9.259e+06 m/s
soit 9259.178 km/s

3 Evolution de l'activité d'un échantillon

3.1 Activité massique de l'uranium 238 pur

Attention, on demandait du $Bq.kg^{-1}$!

3.2 Constantes radioactives

```
[17]: # Données du problème
hour=3600 #s
day=3600*24 #s
year=3600*24*365 #s
TU8=4.5e9*year #s
TT4=24*day #s
TP4=6.7*hour #s
M8=0.238 #kg/mol !!
Avo=6.02e23 #truc/mol
```

```
[18]: # Q1 et Q2
N80=1*Avo/M8
LU8=np.log(2)/TU8
```

```

LT4=np.log(2)/TT4
LP4=np.log(2)/TP4
AU8=N80*LU8

print("Activité massique uranium 238={:.2e}" .format(AU8) +" Bq/kg")
print("Constante uranium 238={:.2e}" .format(LU8) +" /s")
print("Constante thorium 234={:.2e}" .format(LT4) +" /s")
print("Constante protactinium 234={:.2e}" .format(LP4) +" /s")

```

Activité massique uranium 238=1.24e+07 Bq/kg
 Constante uranium 238=4.88e-18 /s
 Constante thorium 234=3.34e-07 /s
 Constante protactinium 234=2.87e-05 /s

3.3 Evolution temporelle de l'uranium 238

Par commodité, on va désigner par N_{U8} le nombre de noyaux d'uranium 238, et par λ_{U8} sa constante de désintégration.

$$\frac{d}{dt}N_{U8} = -\lambda_{U8}N_{U8}$$

3.4 Solution

$$N_{U8}(t) = N_0 \exp(-\lambda_{U8}t)$$

```

[19]: # Q4
Rapport=np.exp(-LU8*2*year)
print("Fraction restante uranium 238 après deux ans={:.10f}" .format(Rapport))

```

Fraction restante uranium 238 après deux ans=0.9999999997

Deux ans par rapport à 4.5 milliards d'années, c'est assez peu.

3.5 Equations d'évolution des deux premiers descendants

Le raisonnement à tenir est le suivant: - le thorium 234 disparaît certes au taux $-\lambda_{T4}N_{T4}$, - mais il faut bien rajouter un terme pour expliquer son apparition: il est créé par décroissance α de l'uranium, donc il apparaît au taux $+\lambda_{U8}N_{U8}$!

De même pour le protactinium qui descend du thorium (cette fois-ci par décroissance β^-) et est aussi radioactif. Les deux équations sont donc:

$$\frac{d}{dt}N_{T4} = +\lambda_{U8}N_{U8} - \lambda_{T4}N_{T4}$$

$$\frac{d}{dt}N_{P4} = +\lambda_{T4}N_{T4} - \lambda_{P4}N_{P4}$$

3.6 Application numérique

```
[20]: # Q6 et Q7 version numerique
# (pour exemple a but pedagogique)
# Essayer de comprendre ce bout de code:
# on fait une integration temporelle implicite:
# d/dt y = f(y,t)
# derivee temporelle approximee par difference finie
# {y_(n+1)-y_(n)}/dt = f(y_(n+1))
# y_(n+1) = y_(n) + dt*f(y_(n+1))
# ici f(y,t)= -lambda_y y(t) + lambda_x x(t)
# avec x le papa de y
# donc c'est lineaire en y et explicitable::
# y_(n+1) = y_(n) + dt*(lambda_x*x_(n+1) - lambda_y*y_(n+1))
# y_(n+1) * (1+lambda_y*dt) = y_(n) + dt*lambda_x*x_(n+1)
# y_(n+1) = (y_n + dt*lambda_x*x_(n+1))/(1+lambda_y*dt)

pas=1e4 # nombre de pas de temps
dt=3*year/pas # on va resoudre sur 3 ans
nOU8=N80 # on initialise avec 1kg u238 pur a t=0
nOT4=0
nOP4=0
t0=0

# on declare des tableaux pour:
t=np.array([t0]) #le temps
nU8=np.array([nOU8]) #le nombre de noyaux u238
nT4=np.array([nOT4]) #le nombre de noyaux th234
nP4=np.array([nOP4]) #le nombre de noyaux Pa234

# boucle temporelle
for k in range(int(pas)):
    n1=nU8[-1]/(1+LU8*dt) # uranium 238 n'a pas de papa et disparaît au taux LU8
    n2=(nT4[-1]+LU8*n1*dt)/(1+LT4*dt) # thorium 234 a pour papa u238 et
    ↪disparaît au taux LT4
    n3=(nP4[-1]+LT4*n2*dt)/(1+LP4*dt) # protactinium 234 a pour papa th234 et
    ↪disparaît au taux LP4
    nU8=np.append(nU8,n1) # on incremente les tableaux
    nT4=np.append(nT4,n2)
    nP4=np.append(nP4,n3)
    t=np.append(t,t[-1]+dt)
```

```
[21]: # Pour apprendre a faire de belles figures en python
fig=plt.figure(figsize=(8,4))
ax=fig.gca()
ax.plot(t/day,nU8*LU8/AU8,label="activité u 238")
ax.plot(t/day,nT4*LT4/AU8,label="activité th 234")
```

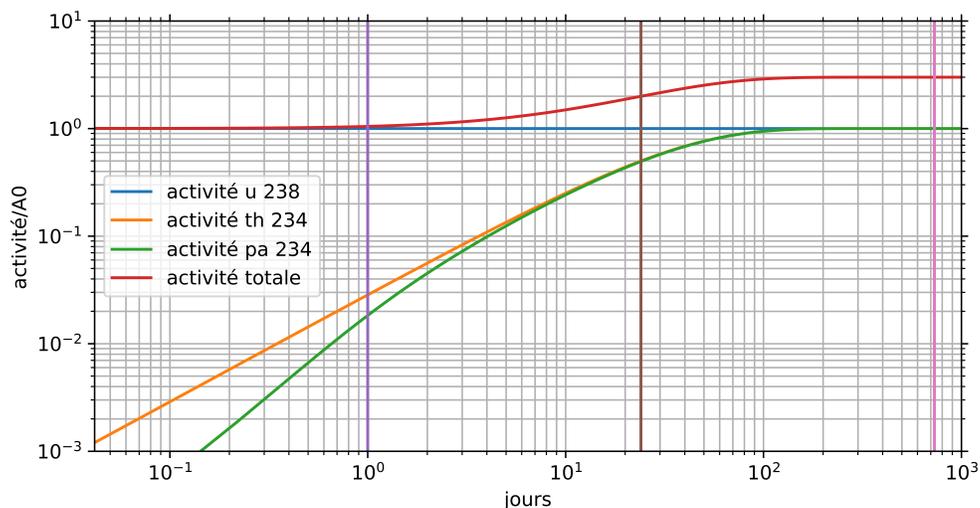
```

ax.plot(t/day,nP4*LP4/AU8,label="activité pa 234")
ax.plot(t/day,(nU8*LU8+nT4*LT4+nP4*LP4)/AU8,label="activité totale")
ax.plot([1,1],[0.001,10])
ax.plot([24,24],[0.001,10])
ax.plot([2*365,2*365],[0.001,10])
ax.legend()
ax.grid(which='both')
ax.set_xscale('log')
ax.set_xlim(left=1/24,right=1000)
ax.set_yscale('log')
ax.set_ylim(top=10,bottom=0.001)
ax.set_xlabel("jours")
ax.set_ylabel("activité/A0")
ax.tick_params(which='both',bottom='true',top='true',left='true',right='true')
fig.savefig("ActiviteExam2022_11_EN.png",dpi=1200)

```

<IPython.core.display.Javascript object>

<IPython.core.display.HTML object>



```

[22]: # Q6 et Q7 analytique
tt=1*day
NT1day=LU8/LT4*(1-np.exp(-LT4*tt))
NP1day=LU8/LP4*(1-np.exp(-LP4*tt))-LU8/(LP4-LT4)*(np.exp(-LT4*tt)-np.
↳exp(-LP4*tt))
print("Fraction thorium après un jour={:.2e}" .format(NT1day))
print("Fraction protactinium après un jour={:.2e}" .format(NP1day))
print("Activité relative thorium après un jour={:.3f}" .format(NT1day*LT4/LU8))
print("Activité relative protactinium après un jour={:.3f}" .format(NP1day*LP4/
↳LU8))

```

```
print("Activité totale après un jour={:.2e}" .format((1+NP1day*LP4/
↳LU8+NT1day*LT4/LU8)*AU8)+" Bq/kg")
```

Fraction thorium après un jour=4.16e-13
 Fraction protactinium après un jour=3.06e-15
 Activité relative thorium après un jour=0.028
 Activité relative protactinium après un jour=0.018
 Activité totale après un jour=1.29e+07 Bq/kg

```
[23]: tt=24*day
NT24day=LU8/LT4*(1-np.exp(-LT4*tt))
NP24day=LU8/LP4*(1-np.exp(-LP4*tt))-LU8/(LP4-LT4)*(np.exp(-LT4*tt)-np.
↳exp(-LP4*tt))
print("Fraction thorium après 24 jours={:.2e}" .format(NT24day))
print("Fraction protactinium après 24 jours={:.2e}" .format(NP24day))
print("Activité relative thorium après 24 jours={:.2f}" .format(NT24day*LT4/
↳LU8))
print("Activité relative protactinium après 24 jours={:.2f}" .
↳format(NP24day*LP4/LU8))
print("Activité totale après 24 jours={:.2e}" .format((1+NP24day*LP4/
↳LU8+NT24day*LT4/LU8)*AU8)+" Bq/kg")
```

Fraction thorium après 24 jours=7.31e-12
 Fraction protactinium après 24 jours=8.40e-14
 Activité relative thorium après 24 jours=0.50
 Activité relative protactinium après 24 jours=0.49
 Activité totale après 24 jours=2.46e+07 Bq/kg

```
[24]: tt=2*year
NT2year=LU8/LT4*(1-np.exp(-LT4*tt))
NP2year=LU8/LP4*(1-np.exp(-LP4*tt))-LU8/(LP4-LT4)*(np.exp(-LT4*tt)-np.
↳exp(-LP4*tt))
print("Fraction thorium après 2 ans={:.2e}" .format(NT2year))
print("Fraction protactinium après 2 ans={:.2e}" .format(NP2year))
print("Activité relative thorium après 2 ans={:.2f}" .format(NT2year*LT4/LU8))
print("Activité relative protactinium après 2 ans={:.2f}" .format(NP2year*LP4/
↳LU8))
print("Activité totale après 2 ans={:.2e}" .format((1+NP2year*LP4/
↳LU8+NT2year*LT4/LU8)*AU8)+" Bq/kg")
```

Fraction thorium après 2 ans=1.46e-11
 Fraction protactinium après 2 ans=1.70e-13
 Activité relative thorium après 2 ans=1.00
 Activité relative protactinium après 2 ans=1.00
 Activité totale après 2 ans=3.71e+07 Bq/kg

3.7 Commentaires

On constate que les activités d'un couple père-fils (dont la période du père est bien plus longue) deviennent égales au bout d'environ 10 périodes du fils. On appelle ce phénomène l'équilibre séculaire et je vous engage à creuser par vous-même le sujet.

On peut donc avoir croissance de l'activité d'un échantillon au cours du temps, si les noyaux formés sont eux-aussi radioactifs!