# Option « Génie nucléaire ». Radioactivité et physique nucléaire

F. Ravelet[a]
[a] *Arts et Métiers Sciences et Technologie, LIFSE,*
151 boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France.
contact: florent.ravelet@ensam.eu

23 avril 2021

Les questions sont en *italique* précédées d'un •.

## 1 Etude de la fusion nucléaire

L'énergie des étoiles provient de réactions de fusion entre noyaux légers. Dans les étoiles jeunes, il s'agit principalement de la réaction :

$$4{}_1^1H \rightarrow {}_2^4He + \dots$$

- *Compléter l'équation bilan.*

Pour que cette réaction se produise, il faut vaincre la répulsion électrostatique entre les noyaux, et pour ce faire avoir des températures très élevées (100 millions de degrés).

Une autre réaction de fusion plus « facile » à mettre en œuvre est celle du deutérium avec le tritium. Le deutérium est l'isotope 2 de l'hydrogène ; il est stable et relativement abondant dans l'eau de mer. Le tritium est l'isotope 3 de l'hydrogène. Il est radioactif, de période 11.6 ans ; il s'en fabrique dans les réacteurs nucléaires par activation de l'eau, ou on peut en produire par réaction d'un neutron sur du lithium 6.

La réaction de fusion envisagée est :

$${}_1^3H + {}_1^2H \rightarrow {}_2^4He + {}_0^1n$$

- *En utilisant les données du tableau 1, calculer la variation de masse au cours de la réaction de fusion d'un noyau de deutérium et d'un noyau de tritium. Donner sa valeur en unités de masse atomique.*
- *Déterminer l'énergie produite par cette réaction de fusion, donner le résultat en $MeV$.*
- *Vérifier que le nombre de noyaux présents dans* $1$ *g de deutérium est de l'ordre de* $3.0\times10^{23}$ *noyaux.*
- *Vérifier qu'il en est de même dans* $1.5$ *g de tritium.*
- *En déduire l'énergie, en Joule, que l'on pourrait espérer obtenir si on réalisait la réaction de fusion de* $1$ *g de deutérium avec* $1.5$ *g de tritium.*
- *Comparer l'énergie précédente à l'énergie libérée par la fission de* $1$ *g d'uranium* $235$ *qui est de* $1.8$ *tep*[1].

1. La tonne d'équivalent pétrole (tep) est une unité d'énergie utilisée dans l'industrie et en économie. Elle sert à comparer les énergies obtenues à partir de sources différentes. Une tep représente l'énergie libérée en moyenne par la combustion d'une tonne de pétrole, soit $4.2 \times 10^{10}$ J.

**Question bonus :** *Exprimer en MeV l'énergie emportée par le noyau d'hélium et celle emportée par le neutron. Comparer cette énergie du neutron à celle d'un neutron issu de fission (environ 2 MeV).*

| | |
|---|---|
| ${}^1_0n$ : | 1.0087 u |
| ${}^2_1H$ : | 2.0136 u |
| ${}^3_1H$ : | 3.0155 u |
| ${}^4_2He$ : | 4.0015 u |

Table 1 – Table de masse des réactifs et produits de la réaction de fusion deutérium-tritium. Il s'agit ici de la masse des *noyaux.* Rappels : u est l'unité de masse atomique et 1 u = 931.494 MeV.c$^{-2}$

## 2 Série radioactive et équilibre séculaire

L'activité d'une substance donnée (isolée du milieu extérieur) n'est pas toujours décroissante dans le temps. Je vous propose d'étudier ici pourquoi.

Lorsqu'un noyau est radioactif et qu'il se désintègre, il se transforme souvent en un noyau lui-même radioactif qui se désintègre à son tour. Cela donne lieu à une chaîne de désintégrations (aussi appelée série radioactive ou filiation), qui finit par aboutir à un noyau stable (voir exemple en figure 1) :

$$X_1 \xrightarrow{\lambda_1} X_2 \xrightarrow{\lambda_2} \dots X_n \text{ stable}$$

On cherche à calculer l'évolution du nombre de noyaux $N_i(t)$ de type $X_i$ ; on notera la constante de décroissance radioactive $\lambda_i$. On se place dans le cas où l'échantillon ne contient initialement que des noyaux $X_1$ :

$$N_i(0) = 0, \text{ sauf pour } N_1(0) = N_1^0$$

- *Rappeler l'équation d'évolution du nombre de noyaux « pères »* $N_1(t)$.
- *Rappeler sa solution analytique.*

Le noyau « fils » $X_2$ apparaît avec un taux égal au taux de disparition du noyau père, et disparaît par décroissance radioactive. L'équation d'évolution du nombre de noyaux fils est donc :

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

- *Identifier et justifier les différents termes de cette équation.*
- *Dans le cas où le noyau $X_2$ est lui-même radioactif et donne un noyau $X_3$, donner l'équation d'évolution de $N_3$ le nombre de noyaux $X_3$.*

On peut, dans le cas d'une chaine simple, trouver par récurrence les solutions analytiques pour tous les $N_i(t)$. Ce système d'équations porte le nom d'équations de Bateman de la filiation simple.

Cela permet par exemple de calculer l'évolution en fonction du temps de l'activité d'un fût de déchets radioactifs.

- *Rappeler la définition de l'activité $A$ d'un échantillon de $N$ noyaux radioactifs, et l'exprimer en fonction de $N$ et $\lambda$.*

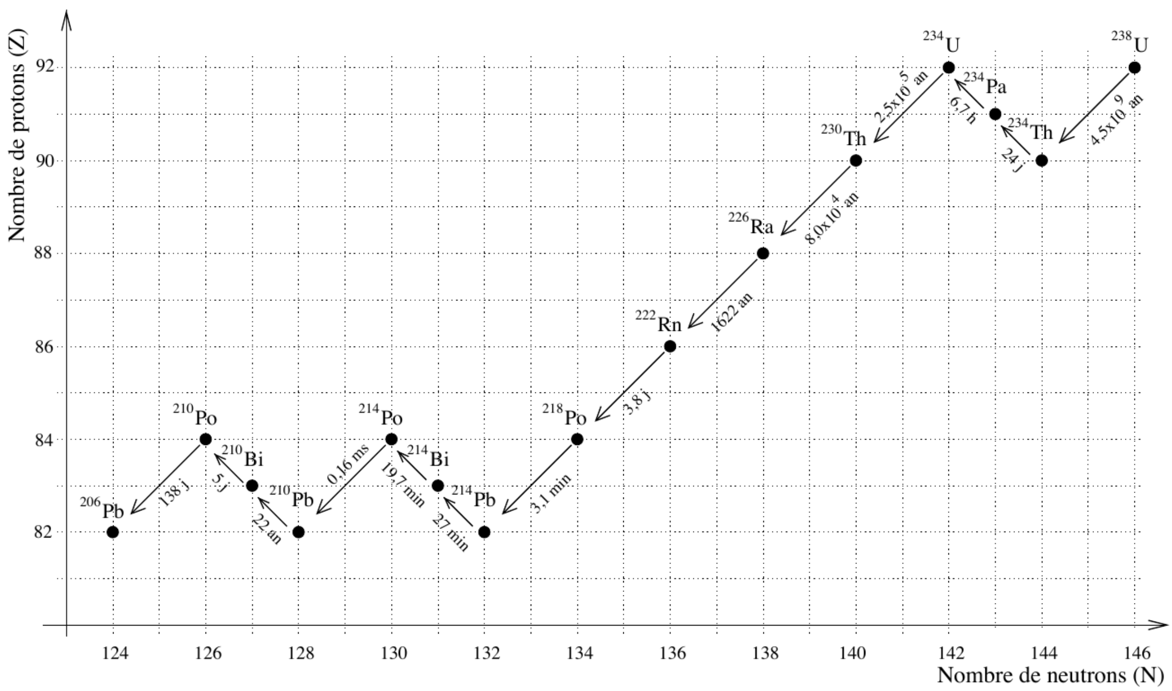


Figure 1 – Filiation de l'uranium 238, en une quinzaine d'étapes, on aboutit à l'isotope 206 du plomb, stable

- *Choisir* ***un cas*** *parmi* :
  — La chaine de l'uranium 238 (figure 1) ;
  — La chaine du plomb 212 (descendant du thorium 232, utilisé expérimentalement à des fins médicales), ci-dessous ;

$$
{}^{212}_{82}\text{Pb} \xrightarrow[10{,}64\ \text{h}]{\beta^-} {}^{212}_{83}\text{Bi} \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow[60{,}55\ min]{64{,}07\%\beta^-} {}^{212}_{84}Po \xrightarrow[299\ ns]{\alpha} \\ \xrightarrow[60{,}55\ min]{35{,}93\%\alpha} {}^{208}_{81}Tl \xrightarrow[3{,}05\ min]{\beta^-} \end{array} \right\} {}^{208}_{82}\text{Pb}_{\text{(stable)}}
$$

  — La chaine du krypton 93, un produit de fission, ci-dessous.

$$
{}^{93}_{36}\text{Kr} \xrightarrow[1{,}286\ \text{s}]{\beta^-} {}^{93}_{37}\text{Rb} \xrightarrow[5{,}84\ \text{s}]{\beta^-} {}^{93}_{38}\text{Sr} \xrightarrow[7{,}423\ \text{min}]{\beta^-} {}^{93}_{39}\text{Y} \xrightarrow[10{,}18\ \text{h}]{\beta^-} {}^{93}_{40}\text{Zr} \xrightarrow[1{,}53\times 10^6\ \text{a}]{\beta^-} {}^{93}_{41}\text{Nb}
$$

- *Simuler numériquement l'évolution dans le temps du système d'équations correspondant au cas choisi, en prenant une condition initiale* :

$$
N_i(0) = 0, \text{ sauf pour } N_1(0) = N_1^0
$$

- *Vous tracerez l'évolution au cours du temps des quantités de noyaux de chaque élément de la chaine, ainsi que de leur activité* ***et*** *de l'activité totale, normalisée à 1 à $t = 0$.*
- *Il faudra choisir un temps total de simulation adapté à votre cas, qui peut aller du million d'année à quelques minutes, permettant de démontrer tous les phénomènes intéressants.*
- *Vous inclurez votre code dans le compte-rendu.*

## Pistes

• Vous pouvez chercher sur internet des compléments. Des mots-clés pertinents : « équation de Bateman », « équilibre radioactif », « plomb 212 », « produits de fission ». Cela pourra vous guider pour analyser votre cas (avez-vous un équilibre séculaire ou transitoire ?)

• Si vous trouvez les solutions analytiques du système d'équation, vous avez le droit de les tracer en utilisant par exemple python.

• Attention au 2è cas : le bismuth 212 a une période de 60.55 minutes *avec deux* modes (on parle d'embranchement) : dans 36% des cas cela conduit au thallium 208 et dans 64% des cas au polonium 212. Ce n'est pas de la filiation simple, et l'intégration numérique devient plus pertinente que la recherche de solution analytique.

• Vous pouvez utiliser openModelica pour intégrer numériquement les équations. Votre code pourrait ressembler à :

```
model Seculaire "Resolution des eq. de Bateman"

// un cas très simple et peu pertinent:
// un noyau X1 de période T1, décroissant en X2 stable
parameter Real T1=5; //ans, minutes, sec. peu importe
Real N1(start=T1/log(2)); //activité = 1 à t=0
Real N2(start=0);
Real A1;

equation

A1=log(2)/T1 * N1; //définition de l'activité de X1
der(N1)=-A1; //X1 disparait au taux lambda1*N1=A1
der(N2)=+A1; //X2 apparait au taux lambda1*N1=A1

end Seculaire;
```

• Vous pouvez utiliser python pour intégrer numériquement les équations. Votre code pourrait ressembler à :

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint

plt.close()

def deriv(y,t,l1,l2):
    """
    y : liste contenant les 2 fonctions inconnues
    t : le temps
    l1, l2 : les deux constantes du modèle
    """
    n1,n2 = y
    #Description des 2 equations differentielles
    dn1dt = -l1*n1 # x1 disparait au taux lambda1*n1
```

```
    dn2dt = +l1*n1 - l2*n2 # x2 apparait au taux lambda1*n1
    # et disparait au taux lambda2*n2
    return dn1dt,dn2dt

# Paramètres du modèle
l1 = np.log(2)/50 # X1: période 50 ans
l2 = np.log(2)/10 # X2: période 1 an
# Au temps t0,  n1=1/l1, n2=0
y0 = 1/l1,0

# Evolution sur 100 ans
t = np.linspace(0,100,1001)

# Resolution des équations differentielles
res = odeint(deriv, y0, t, args = ( l1,l2))
N1,N2 = res.T

fifi=plt.figure(1)
ax=fifi.gca()
ax.plot(t,N1,label='N1')
ax.plot(t,N2,label='N2')
ax.legend()
ax.set_yscale('log')
ax.set_xlabel('temps (années)')
ax.set_ylabel('Nbre noyaux')

fifi2=plt.figure(2)
ax=fifi2.gca()
ax.plot(t,N1*l1,label='A1')
ax.plot(t,N2*l2,label='A2')
ax.plot(t,N1*l1+N2*l2,label='Atot')
ax.legend()
#ax.set_yscale('log')
ax.set_xlabel('temps (années)')
ax.set_ylabel('Activité')
```

- Et bien sûr, vous pouvez traiter les 3 cas.
- Bon chauffage neuronal !