

NFI/GE2A.  
Option « Energies Renouvelables ».  
Technologie des Réacteurs Nucléaires.  
Test final  
Durée 1h30, tous documents autorisés

12 avril 2011

*Les questions commencent en page 4.*

Le but est d'estimer la température du combustible dans une centrale à eau sous pression de type N4, afin par exemple de vérifier que l'on reste en dessous de sa température de fusion, ou encore de prévoir sa dilatation thermique et donc de dimensionner le jeu initial entre le combustible et sa gaine.

Les paramètres globaux de ce palier sont donnés dans le Tab. 1.

Puissance thermique (MW)	4250
Puissance électrique (MW)	1470
Nombre de boucles	4
Température d'entrée (°C)	292
Température de sortie (°C)	329
Débit volumique (m <sup>3</sup> /h)	98000
Pression primaire (bar)	155

TABLE 1 – Caractéristiques globales du réacteur N4

Le combustible est contenu dans des crayons rassemblés en assemblages,

eux-mêmes disposés pour former une structure cylindrique. La géométrie des crayons, ainsi que l'organisation du réseau constituant un assemblage sont fournies dans le Tab. 2 et la Fig. 1.

<i>Crayon</i>	
Diamètre du crayon (mm)	9.5
Longueur du crayon (m)	4.3
<i>Assemblage</i>	
Réseau carré	$17 \times 17$
Pas du réseau (mm)	12.6
Tubes guides	24
Tube d'instrumentation	1
Nombre de crayons / assemblage	$264 = (17 \times 17) - 24 - 1$
<i>Cœur</i>	
Nombre d'assemblages	205

TABLE 2 – Organisation en réseau du combustible dans le cœur du réacteur N4

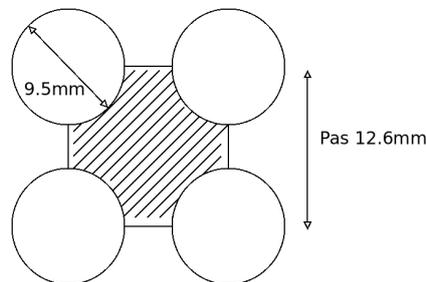


FIGURE 1 – Maille élémentaire du réseau dans un assemblage. Cercles blancs : crayon combustible ou tube guide. Surface hachurée : surface débitante élémentaire (« sous-canal »)

Le crayon combustible cylindrique contient un ensemble de pastilles d'oxyde d'Uranium  $UO_2$  empilées dans une gaine en Zircalloy (alliage à base de Zirconium). Il existe également un jeu entre les pastilles et la gaine. Une coupe d'un crayon est donnée en Fig. 2, et les dimensions principales sont rappelées dans le Tab. 3.

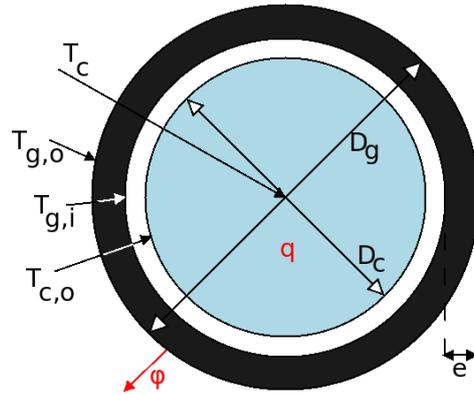


FIGURE 2 – Coupe d’un crayon de combustible. En noir : gaine en Zircalloy de diamètre extérieur  $D_g$  et d’épaisseur  $e$ . En blanc : jeu contenant de l’Helium. En gris : pastille d’ $UO_2$  de diamètre  $D_c$ . Notez également la définition des températures aux interfaces.

Longueur du crayon (m)	4.3
Diamètre de gaine $D_g$ (mm)	9.5
Épaisseur de gaine $e$ (mm)	0.53
Diamètre de pastille combustible $D_c$ (mm)	8.2

TABLE 3 – Caractéristiques d’un crayon combustible (réacteur N4)

## Questions

### A Transfert thermique entre le caloporteur et la gaine

L'échange de chaleur entre le combustible et le fluide primaire se fait par convection forcée, dans un réseau de tubes verticaux. On va supposer pour le calcul que le flux de chaleur est homogène, de même que les vitesses débitantes. On prendra de plus les propriétés de l'eau à 155 bars et à la température moyenne de 310°C :

$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	$\mu$ (10 <sup>-6</sup> Pa.s)	$c$ (kJ.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$\lambda$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )
747	90	5.2	0.45

1. Calculer la surface débitante élémentaire  $S_m$  d'une maille, ainsi que le diamètre hydraulique  $D_h$  correspondant.
2. Calculer la surface débitante totale, en déduire la vitesse débitante  $V$ .
3. En déduire le nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique  $Re = \frac{V D_h}{\mu/\rho}$ .
4. Utiliser la corrélation de Dittus et Boelter afin de calculer le nombre de Nusselt  $Nu = \frac{h D_h}{\lambda}$  :

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$$

5. En déduire la valeur du coefficient de transfert thermique  $h$ .
6. A partir des données des Tabs. 1 et 2, calculer la densité surfacique de flux de chaleur  $\varphi$  (W.m<sup>-2</sup>) au niveau de la paroi des crayons.
7. En déduire l'élévation de température entre le fluide caloporteur et la paroi externe du crayon combustible.
8. Déterminer la température de la paroi externe du crayon en prenant pour température du fluide la valeur 310°C.

Si vous ne trouvez pas la solution, appelez la température de paroi à la surface du crayon  $T_{g,o}$  (extérieur de la gaine) et continuez le problème.

### B Transfert thermique dans le crayon

Les conductivités thermiques des matériaux sont les suivants :

$\lambda$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )		
Zircalloy	Helium	$UO_2$
17.3	0.32	3.5

Le but étant de trouver la température au centre de la pastille combustible, connaissant la température et  $\varphi$  sur l'extérieur du crayon, nous allons procéder par étapes, de l'extérieur vers l'intérieur.

1. Résoudre l'équation de la chaleur en géométrie axisymétrique pour trouver la température à l'interface entre la gaine et le jeu  $T_{g,i}$ . Utiliser la température  $T_{g,o}$  et la densité surfacique de flux  $\varphi$ .

Rappels : équation de la chaleur en régime stationnaire, sans source volumique

$$\lambda \Delta T = 0$$

Et en exprimant le laplacien en géométrie axisymétrique :

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$$

Densité surfacique de flux de chaleur :

$$\varphi = -\lambda \nabla T$$

2. Calculer la densité surfacique de flux de chaleur à l'interface entre la gaine et le jeu  $\varphi_i$  (il y a deux méthodes).
3. Reprendre le raisonnement pour trouver la température à l'interface entre le jeu et la pastille combustible  $T_{c,o}$ .
4. Dans la pastille, il y a une source de chaleur en volume. Calculer la densité volumique de cette source  $q$  ( $\text{W.m}^{-3}$ ).
5. Résoudre enfin l'équation de la chaleur avec source volumique afin de trouver la température au centre de la pastille  $T_c$ .

Rappel :

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -q$$

6. Est-on en dessous de la température de fusion ( $2750^\circ\text{C}$ )? Dans la réalité, où la puissance n'est pas homogène (distribution axiale et radiale) et le débit non plus, cette température est comprise entre  $900^\circ\text{C}$  et  $1200^\circ\text{C}$ .

NFI/GE2A.  
Option « Energies Renouvelables ».  
Technologie des Réacteurs Nucléaires.  
Test final  
Durée 2h, tous documents autorisés

3 avril 2012

*Le sujet comporte deux parties. Barème indicatif.*

## 1 Physique nucléaire (12 points)

Les trois exercices sont indépendants.

### a Fissions dans un REP en régime critique (2 points)

#### Question 1 :

En fonctionnement stable à pleine puissance, le réacteur est dit *critique*. Expliquer ce que cela signifie par rapport aux réactions en chaîne de fissions.

#### Question 2 :

Sachant que seuls 41% des neutrons issus d'une fission vont redonner une fission dans ces conditions, estimer le nombre moyen de neutrons secondaires par fission dans ce REP.

### b Autour de la fusion : nucléosynthèse primordiale (7 points)

- On définit l'*unité de masse atomique*  $u$  comme  $\frac{1}{12}$  de la masse d'un atome de  ${}^{12}_6C$  (non lié, au repos et dans son état fondamental).

- La relation d'équivalence entre masse et énergie  $E = mc^2$  conduit à utiliser pour les calculs de physique nucléaire une unité de masse pratique, le Méga électron-Volt par vitesse de la lumière au carré  $\text{MeV} \cdot \text{c}^{-2}$ .
- $1u \simeq 931.5 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$ .
- masse du proton : 1.0073 u.
- masse du neutron : 1.0087 u.
- masse de l'électron :  $0.511 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$ .
- masse du noyau d'Hélium  ${}^4_2\text{He}$  : 4.0015 u.

**Question 1 :**

Quelle est la masse, en unités u de l'électron ?

**Question 2 :**

L'énergie de liaison de l'électron pour l'atome d'hydrogène dans son état fondamental est de 13.6 eV : peut-on négliger les liaisons électroniques dans l'évaluation des masses des atomes ?

**Question 3 :**

Quelle est la masse, en unités u de l'atome d'hydrogène ?

**Question 4 :**

Calculer l'énergie de liaison du noyau d'Hélium  ${}^4_2\text{He}$ .

**Question 5 :**

Les énergies de liaison par nucléon lié des noyaux légers proches de l'Hélium sont de :

- Deutérium  ${}^2_1\text{H}$  : 1.02 MeV
- Lithium  ${}^6_3\text{Li}$  : 5.40 MeV
- Lithium  ${}^7_3\text{Li}$  : 5.65 MeV
- Béryllium  ${}^9_4\text{Be}$  : 6.51 MeV
- Bore  ${}^{10}_5\text{B}$  : 6.80 MeV
- Bore  ${}^{11}_5\text{B}$  : 7.56 MeV

Quelle est la particularité du noyau d'Hélium  ${}^4_2\text{He}$  (la particule  $\alpha$ ) ?

**Question 6 :**

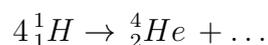
Pourquoi tout l'hydrogène de l'univers ne se transforme-t-il pas spontanément en Hélium ?

**Question 7 :**

Quel isotope du Bore sera un excellent absorbant neutronique ?

**Question 8 :**

Les étoiles jeunes comme le soleil sont essentiellement constituées d'hydrogène. Sous l'effet de la gravitation, ces masses énormes se contractent, la pression et la température deviennent alors extrêmement élevées. Au dessus de 1 million de Kelvins, des réactions de fusion sont possibles. Le bilan de ces réactions successives s'écrit :



Compléter l'équation bilan, et calculer l'énergie libérée.

**Question 9 :**

Quelle proportion de masse se transforme en énergie ?

**Question 10 :**

Le soleil à sa naissance a une masse de  $2 \times 10^{30}$  kg et rayonne une puissance de  $3.9 \times 10^{26}$  W (constante au cours du temps). On estime qu'il s'éteindra lorsque  $\frac{1}{10}$  de sa masse aura subi une réaction de fusion : quelle est son espérance de vie ?

**c Radioactivité (3 points)**

Le Radon  ${}_{86}^{211}Rn$  se désintègre par radioactivité  $\alpha$  en un isotope  ${}_Z^AX$ .

– masse du noyau de Radon : 210.9433 u.

– masse du noyau X (*dans son état fondamental*) : 206.9354 u.

– masse du noyau d'Hélium : 4.0015 u.

Voir la définition de l'unité u à l'exercice b

**Question 1 :**

En appliquant les lois de conservations idoines, écrire l'équation bilan de cette réaction et déduire quel élément est produit.

### Question 2 :

Exprimer en MeV l'énergie libérée.

### Question 3 :

On mesure l'énergie cinétique des éléments émis. On observe trois valeurs différentes : 5.96 MeV, 5.89 MeV et 5.72 MeV.

Comment interpréter ces résultats ?

- N'y aurait-il pas dans certains cas une émission d'un rayonnement ?
- De quel type, de quelle énergie, quelle en est la longueur d'onde ?

*Rappels. Une particule de fréquence  $\nu$  possède une énergie  $E = h\nu$  avec  $h = 6.6 \times 10^{-34}$  J.s la constante de Planck. La vitesse de la lumière vaut  $c \simeq 3 \times 10^8$  m.s<sup>-1</sup>.*

## 2 Problème : thermohydraulique dans un réacteur de propulsion naval (8 points)

A ce jour plus de 600 réacteurs pour 400 navires dont 200 encore opérationnels ont été construits dans le monde. Les réacteurs nucléaires navals sont majoritairement de type réacteur à eau pressurisée et diffèrent des réacteurs commerciaux électrogènes :

- Leur densité de puissance est plus forte et leur puissance plus faible (10 – 100 MW).
- Ils fonctionnent avec de l'uranium hautement enrichi (plus de 20% d'uranium 235, voire plus de 96% dans les sous-marins américains) et n'ont pas besoin d'être réapprovisionnés aussi souvent tout en étant plus silencieux en opération du fait de leur cœur plus petit.
- Le combustible peut être soit de l' $UO_2$  (dioxyde d'uranium) proche de celui utilisé dans les centrales civiles, soit un alliage métallique zirconium-métal (environ 15% d'Uranium enrichi à 93%).
- L'architecture de la chaufferie nucléaire et l'agencement du cœur sont radicalement différents.

Les sous-marins français de la classe Rubis ont un réacteur qui ne nécessite aucun réapprovisionnement en combustible pendant 30 ans. La chaufferie est dite compacte (voir Fig. 1) : pour réduire son volume, l'unique générateur de vapeur est placé directement au-dessus de la cuve contenant le cœur nucléaire.

Le cœur est constitué de plaques de 1 m de haut et de largeur 100 mm, disposées parallèlement. Les plaques forment ainsi des canaux hydrauliques indépendants d'un entrefer de l'ordre du mm. Les plaques sont assemblées par

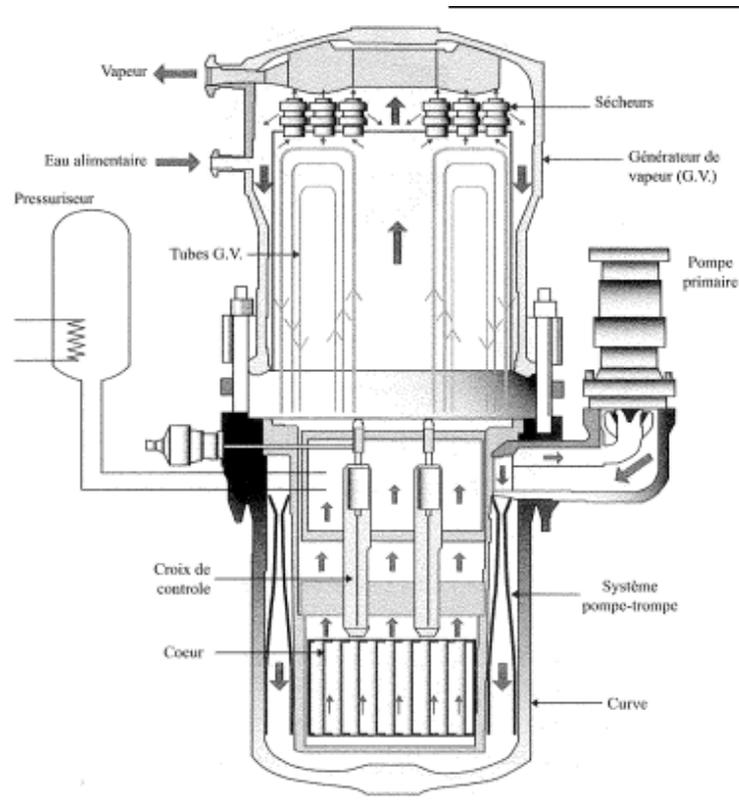


FIGURE 1 – Chaufferie compacte

16 pour former un « faisceau » puis 4 faisceaux sont groupés en « éléments ». Le cœur contient 32 éléments. Des grilles placées sous le cœur servent à répartir le débit entre éléments (procédé appelé « zonage thermohydraulique »).

Puissance thermique (MW)	100
Hauteur de plaque (m)	1
Largeur de plaque (mm)	100
Nombre de canaux	2048
Espace entre plaques (entrefer) (mm)	1
Température moyenne du cœur (°C)	250
Pression primaire (bar)	150
Débit massique du primaire (kg.s <sup>-1</sup> )	420

TABLE 1 – Caractéristiques globales du cœur d'un REP de propulsion navale.

**Question 1 :**

En utilisant les données du Tab. 1, calculer la densité surfacique de flux de chaleur  $\varphi$ .

**Question 2 :**

Les propriétés de l'eau à utiliser sont fournies en Tab. 2.

$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	$\mu$ (Pa.s)	$c$ (kJ.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$\lambda$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )
811	$1 \times 10^{-4}$	4.7	0.64

TABLE 2 – Caractéristiques physiques de l'eau à 150 bars et 250°C.

Calculer l'élévation de température dans le cœur.

**Question 3 :**

Calculer la vitesse débitante dans un canal.

**Question 4 :**

Estimer les pertes de charge dans le cœur en prenant un coefficient de perte de charge régulière de 0.025.

**Question 5 :**

Calculer le nombre de Reynolds basé sur le diamètre hydraulique d'un canal.

**Question 6 :**

Utiliser la corrélation de Dittus et Boelter afin de calculer le nombre de Nusselt  $Nu = \frac{hD_h}{\lambda}$  :

$$Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.4}$$

**Question 7 :**

En déduire la différence de température entre le fluide et la paroi.

*Compléments :* La faible épaisseur des plaques (4 mm) et le plaquage des gaines et du combustible conduisent à une très faible température au centre

du combustible (+75°C contre +650°C dans un REP électrogène). On parle de « cœur froid ». Enfin, contrairement à un REP électrogène qui ne fonctionne qu'autour de sa puissance nominale, un réacteur de propulsion navale est amené à fonctionner sur toute sa plage de puissance.

NFI/GE2A.  
Option « Energies Renouvelables ».  
Technologie des Réacteurs Nucléaires.  
Corrigé du test.

16 avril 2012

## 1 Physique nucléaire

### a Fissions dans un REP en régime critique

#### Question 1 :

Un réacteur est dit *critique* lorsqu'une fission en provoque exactement une autre : la puissance est alors constante dans le temps.

#### Question 2 :

Si seuls 41% des neutrons issus d'une fission vont redonner une fission en régime critique, le nombre moyen de neutrons produits par fission est de  $1/0.41 \simeq 2.44$ .

### b Autour de la fusion : nucléosynthèse primordiale

#### Question 1 :

La masse de l'électron  $m_e$  vaut  $0.511 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$ , soit  $m_e = 0.511/931.5 \simeq 5.48 \times 10^{-4} \text{ u}$ .

#### Question 2 :

Un atome d'hydrogène est constitué d'un proton et d'un électron lié par l'interaction électromagnétique. Donc la masse de l'atome  $m_H$  est la somme

de la masse d'un proton  $m_p$ , de la masse d'un électron  $m_e$  et du défaut de masse équivalent à l'énergie de la liaison électronique  $\Delta m$  :

$$m_H = m_p + m_e - \Delta m$$

Ici, on a un défaut de masse de la liaison électronique  $\Delta m \times c^2 = 13.6 \text{ eV}$ , soit  $\Delta m = 13.6 \times 10^{-6} \text{ MeV} \cdot c^{-2}$ , c'est-à-dire  $2 \times 10^{-5}$  fois plus faible que la masse de l'électron et donc parfaitement négligeable.

**Question 3 :**

La masse de l'atome d'hydrogène est donc en négligeant le défaut de masse de la liaison électronique :  $1.0073 + 0.000548 \simeq 1.0078 \text{ u}$ .

**Question 4 :**

La masse du noyau d'Hélium  $m_{he}$  vaut :

$$m_{he} = 2m_p + 2m_n - \Delta m_{he}$$

avec  $m_n$  la masse du neutron et  $\Delta m_{he}$  le défaut de masse correspondant à l'énergie de liaison du noyau demandée  $E_{he} = \Delta m_{he} c^2$ . Donc :

$$\Delta m_{he} = 2 \times 1.0073 + 2 \times 1.0087 - 4.0015 = 0.0305 \text{ u}$$

$$E_{he} = 0.0305 \text{ u} \times c^2 = 0.0305 \times 931.5 \text{ MeV} \cdot c^{-2} \times c^2$$

$$E_{he} = 28.4 \text{ MeV}$$

**Question 5 :**

Le noyau d'Hélium  ${}^4_2\text{He}$  (la particule  $\alpha$ ) a une énergie de liaison *par nucléon lié* de  $28.4/4 \simeq 7.1 \text{ MeV}$ . C'est bien plus que ses plus proches voisins : la particule  $\alpha$  est particulièrement stable.

**Question 6 :**

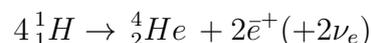
Il est donc énergétiquement avantageux pour le proton de l'hydrogène de se lier à un autre proton et à deux neutrons pour former de l'Hélium. Mais pour que cette réaction se produise, il faut que les protons aient assez d'énergie pour vaincre la force de répulsion électrostatique : on ne trouve les conditions favorables qu'à partir de 1 million de Kelvins, dans les étoiles.

### Question 7 :

Le Bore 11 a une énergie de liaison par nucléon bien supérieure à celle du Bore 10 : ce dernier va donc très facilement absorber un neutron pour donner du Bore 11.

### Question 8 :

Les étoiles jeunes comme le soleil sont essentiellement constituées d'hydrogène. Sous l'effet de la gravitation, ces masses énormes se contractent, la pression et la température deviennent alors extrêmement élevées. Au dessus de 1 million de Kelvins, des réactions de fusion sont possibles. Le bilan de ces réactions successives s'écrit :



On a en effet deux protons qui se sont changés en neutrons, et donc émission de deux positons pour assurer la conservation de la charge électrique (et deux neutrinos électroniques pour la conservation du spin).

Le bilan de la réaction est donc d'un côté la masse de 4 protons ( $4 \times 1.0073 = 4.0292$  u), et de l'autre  $m_{he} + 2m_e = 4.0026$  u. Il manque donc une masse de 0.0266 u qui correspond à une énergie libérée de  $0.0266 \times 931.5 = 24.8$  MeV.

### Question 9 :

La proportion de masse se transformant en énergie au cours de cette réaction est :  $0.0266/4.0292 \simeq 0.66\%$ .

### Question 10 :

Le soleil s'éteindra lorsqu'une masse de  $\frac{1}{10} 2 \times 10^{30} = 2 \times 10^{29}$  kg aura subi une réaction de fusion. Cela correspond à un dégagement d'énergie de  $E = 0.66\% \times 2 \times 10^{29} \times c^2$  J. Avec une puissance constante de  $P = 3.9 \times 10^{26}$  W, cela correspond à un temps de  $t = E/P = 3 \times 10^{17}$  s, soit environ 10 milliards d'années.

## c Radioactivité

### Question 1 :

${}_{86}^{211}Rn \rightarrow {}_2^4He + {}_{84}^{207}Po$ . L'élément produit est le Polonium 207.

### Question 2 :

D'un côté on a une masse de 210.9433 u, de l'autre une masse de 206.9354+4.0015 = 201.9369 u. Le défaut de masse est donc de 0.0064 u, ce qui correspond à une énergie libérée de  $0.0064 \times 931.5 \text{ MeV} \cdot c^{-2} \times c^2 \simeq 5.96 \text{ MeV}$ .

### Question 3 :

La première valeur est cohérente avec l'énergie calculée précédemment. Toute l'énergie se retrouve sous forme d'énergie cinétique de la particule  $\alpha$  et du noyau de Polonium. Dans les deux cas suivants, le noyau de Polonium n'est pas créé dans son état fondamental, mais est dans un état excité : il a un surplus d'énergie égal à  $5.96 - 5.89 = 0.07 \text{ MeV}$  dans un cas et à  $0.24 \text{ MeV}$  dans l'autre, qui va être évacué par émission d'un rayonnement électromagnétique de fréquence  $\nu_1 = 0.07 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} / h \simeq 1.7 \times 10^{19} \text{ Hz}$  dans un cas, et  $\nu_2 = 5.8 \times 10^{19} \text{ Hz}$  dans l'autre. Les longueurs d'onde sont :  $\lambda_1 = c/\nu_1 \simeq 1.7 \times 10^{-11} \text{ m}$  et  $5.1 \times 10^{-11} \text{ m}$  : ce sont des rayons  $\gamma$ .

## 2 Problème : thermohydraulique dans un réacteur de propulsion naval

### Question 1 :

La densité surfacique de flux de chaleur  $\varphi$  est égale à la puissance thermique divisée par la surface d'échange. Il faut penser qu'il y a deux faces par canal. On a :

$$\varphi = \frac{100 \times 10^6 (\text{W})}{2048(\text{canaux}) \times 0.1(\text{m}) \times 1(\text{m}) \times 2(\text{faces par canal})} \simeq 2.4 \times 10^5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

### Question 2 :

Premier principe :  $Q = \dot{m}C_p\Delta T$ . Il faut faire attention aux unités. Donc

$$\Delta T = \frac{100 \times 10^6 (\text{W})}{420(\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}) \times 4.7 \times 10^3 (\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{K}^{-1})} \simeq 50.6 \text{ K}$$

### Question 3 :

Le débit volumique est de :

$$\frac{420(\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})}{811(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})} \simeq 0.52 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

Un canal a une surface débitante de  $1 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m}^2$ . Il y a 2048 canaux. Donc la vitesse débitante est :

$$V = \frac{0.52(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})}{2048(\text{canaux}) \times 10^{-4}(\text{m}^2 \text{ par canal})} \simeq 2.53 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**Question 4 :**

Il s'agit d'un calcul de pertes de charge régulières :

$$\Delta P = \lambda \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{L}{D_h}$$

avec  $\lambda$  le coefficient de pertes de charge régulières,  $L = 1 \text{ m}$  la longueur considérée et  $D_h$  le diamètre hydraulique du canal. La surface débitante vaut  $S = 10^{-4} \text{ m}^2$ , le périmètre mouillé vaut  $P = 100(\text{mm}) + 1(\text{mm}) + 100(\text{mm}) + 1(\text{mm}) = 0.202 \text{ m}$ . Donc le diamètre hydraulique vaut :  $D_h = \frac{4S}{P} \simeq 2 \text{ mm}$ .

Les pertes de charges valent donc  $327 \text{ hPa}$  ( $0.327 \text{ bars}$ ).

**Question 5 :**

$$Re = \frac{\rho V D_h}{\mu} = \frac{811 \times 2.53 \times 2 \times 10^{-3}}{10^{-4}} \simeq 4.1 \times 10^4$$

L'écoulement sera turbulent : cela justifie l'emploi de la corrélation ci-après :

**Question 6 :**

Nombre de Prandtl (attention aux unités) :

$$Pr = \frac{\mu c}{\lambda} = \frac{10^{-4} \times 4.7 \times 10^3}{0.64} \simeq 0.73$$

Nombre de Nusselt :

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \simeq 97.4$$

**Question 7 :**

On a  $\varphi = h \Delta T$  avec  $\Delta T$  la différence de température entre le fluide et la paroi et  $h = Nu \lambda / D_h \simeq 3.1 \times 10^4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ . Donc  $\Delta T \simeq 7.6 \text{ K}$ .

NFI/GE2A.  
Option « Energies Renouvelables ».  
Technologie des Réacteurs Nucléaires.  
Test final  
Durée 1h30, tous documents et calculatrices  
autorisés

19 avril 2013

*Le sujet comporte deux parties. Barème indicatif.*

## **1 Questions de cours (8 points, 20 minutes)**

### **a Réacteurs nucléaires**

#### **Question 1 :**

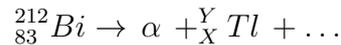
Que signifie un réacteur fonctionnant en régime *critique* ? Quelles sont les conditions (détailler la réponse) pour avoir ce régime ?

#### **Question 2 :**

Quelles sont les grandes filières de réacteurs de la génération actuelle ? Comment va évoluer cette situation d'ici 5/10 ans ? Est-ce soutenable à moyen terme (30/50 ans) ? Pensez-vous qu'il faille développer d'autres filières ? Si oui, lesquelles et pourquoi ? (*1 page maxi*)

## b Radioactivité du bismuth 212

Le bismuth 212 peut subir une désintégration  $\alpha$  pour se transformer en thallium. L'équation est la suivante :



### Question 3 :

Le thallium est caractérisé par :  $A = 212$ ,  $A = 210$ ,  $A = 208$ ,  $Z = 81$  ou  $Z = 82$  ? (une seule réponse).

### Question 4 :

Quel isotope du thallium est formé ici ?

## 2 Modèle de la goutte (12 points)

### a Présentation (3 points)

En physique nucléaire, le modèle de la goutte liquide est un modèle totalement phénoménologique permettant de déterminer approximativement en une seule formule générale la distribution des énergies de liaison  $B$  en fonction du nombre de masse  $A$ .

L'idée est de traiter le noyau par analogie avec une goutte liquide où les molécules sont rassemblées par des forces à courte portée (forces de van der Waals) : **on considère le noyau comme une goutte de volume  $V$  (proportionnel à  $A$ )**, formée de billes réunies entre elles par l'interaction nucléaire forte. On reprend alors la formulation générale de l'énergie de liaison d'une goutte, en ajoutant quelques termes spécifiques. L'expression de cette énergie de liaison  $B$  en fonction de  $A$  et de  $Z$  est :

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \delta \frac{a_p}{A^{1/2}} \quad (1)$$

1.  $a_v A$  est le terme de *volume* : chaque nucléon est lié à ses voisins immédiats d'où ce terme proportionnel au volume (*i.e.* au nombre total de nucléons  $A$ ).
2.  $a_s A^{2/3}$  est le terme de *surface* : les nucléons en surface ont moins de voisins et contribuent moins d'où ce terme correctif avec un signe  $-$ .

3.  $a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}}$  est le terme *coulombien*. Il traduit la répulsion entre protons, considérés comme uniformément répartis dans la goutte.
4.  $a_a \frac{(A-2Z)^2}{A}$  est le terme d'*asymétrie*. Il a pour origine des effets quantiques liés au spin.
5.  $\delta \frac{a_p}{A^{1/2}}$  est le terme de *parité*. Il a pour origine la préférence des protons et neutrons à former des paires proton/proton ou neutron/neutron : par convention, on a  $\delta = 0$  pour  $A$  impair,  $\delta = -1$  pour  $N$  (nombre de neutrons) impair et  $Z$  impair, et  $\delta = +1$  pour  $N$  pair et  $Z$  pair.

Les valeurs des différentes constantes, obtenues par ajustement de données expérimentales, sont :

- $a_v = 15.56$  MeV.
- $a_s = 17.23$  MeV.
- $a_c = 0.70$  MeV.
- $a_a = 23.6$  MeV.
- $a_p = 12$  MeV.

**Question 1 :**

Pourquoi une dépendance en  $A^{2/3}$  dans le terme de *surface* (n°2) ?

**Question 2 :**

Pourquoi une dépendance en  $A^{-1/3}$  dans le terme *coulombien* (n°3) ?

**Question 3 :**

Donner la relation entre  $A$ ,  $N$  et  $Z$ . Sous quelle condition le terme d'*asymétrie* (n°4) s'annule-t-il ? Pourquoi l'appeler terme d'asymétrie ?

**b Exploitation du modèle (9 points)**

**Question 4 :**

En utilisant l'éq. 1, exprimer  $B/A$ , l'*énergie de liaison par nucléon lié* en fonction de  $A$  et  $Z$ .

**Question 5 :**

Calculer  $B/A$ , pour  $A = 56$  et  $Z \in [23; 28]$ . Quel est l'élément avec  $A = 56$  le plus stable prédit par ce modèle ? Est-ce conforme à l'observation expérimentale (voir Fig. 1) ?

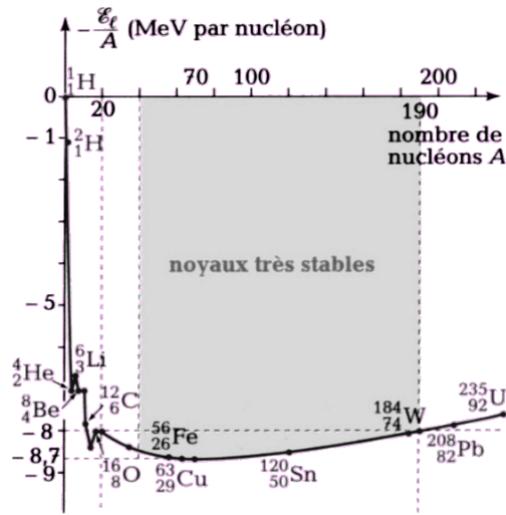


FIGURE 1 – Courbe donnant l'énergie de liaison par nucléon en fonction du nombre de masse, le long de la vallée de stabilité.

**Question 6 :**

Même question pour  $A = 184$  et  $Z \in [72; 77]$ .

**Question 7 :**

En utilisant l'équation modèle 1 sans le terme de *parité*, trouver quel  $Z$  maximise  $B(A, Z)$  à  $A$  fixé (en d'autres termes, une relation donnant, pour un  $A$  fixé, le numéro atomique  $Z$  du nucléide de plus grande énergie de liaison). On établit ainsi une équation de la vallée de stabilité.

**Question 8 :**

Le résultat est tracé en figure 2. Comparer le résultat du modèle et la réalité expérimentale. Commenter.

**Question 9 :**

La contribution des différents termes du modèle à l'énergie de liaison par nucléon, *le long de la vallée de stabilité* est représentée en figure 3. Discuter de l'évolution respective des différents termes avec  $A$ . Comparer le résultat final à la courbe de la figure 1.

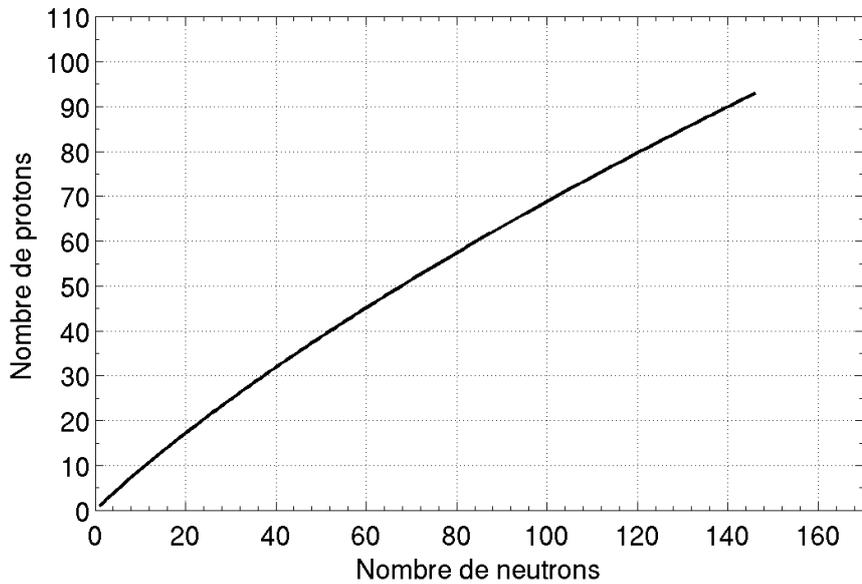
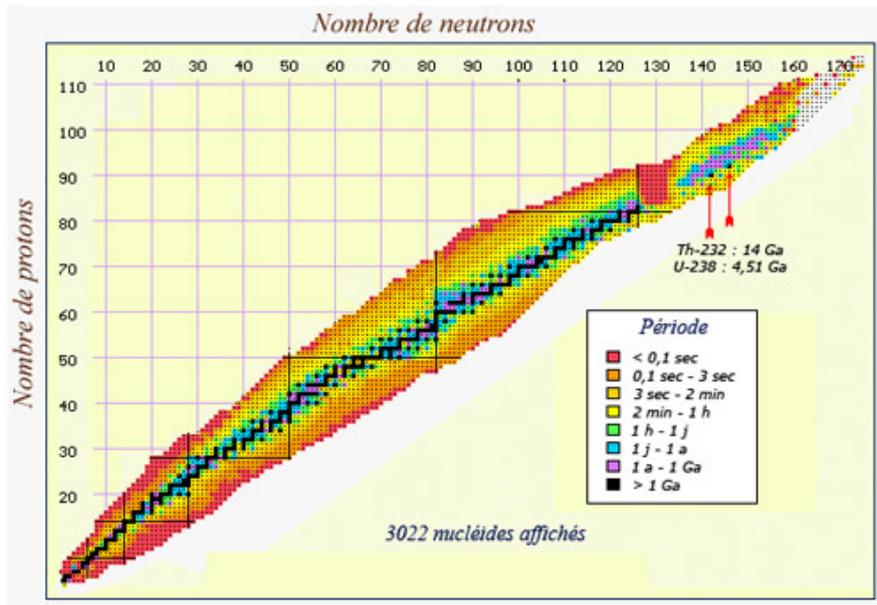


FIGURE 2 – *En haut* : Carte des noyaux en fonction du nombre de protons et de neutrons ; les noyaux en noir se rassemblent sur une courbe, la « vallée de stabilité ». *En bas* : vallée de stabilité prédite par le modèle.

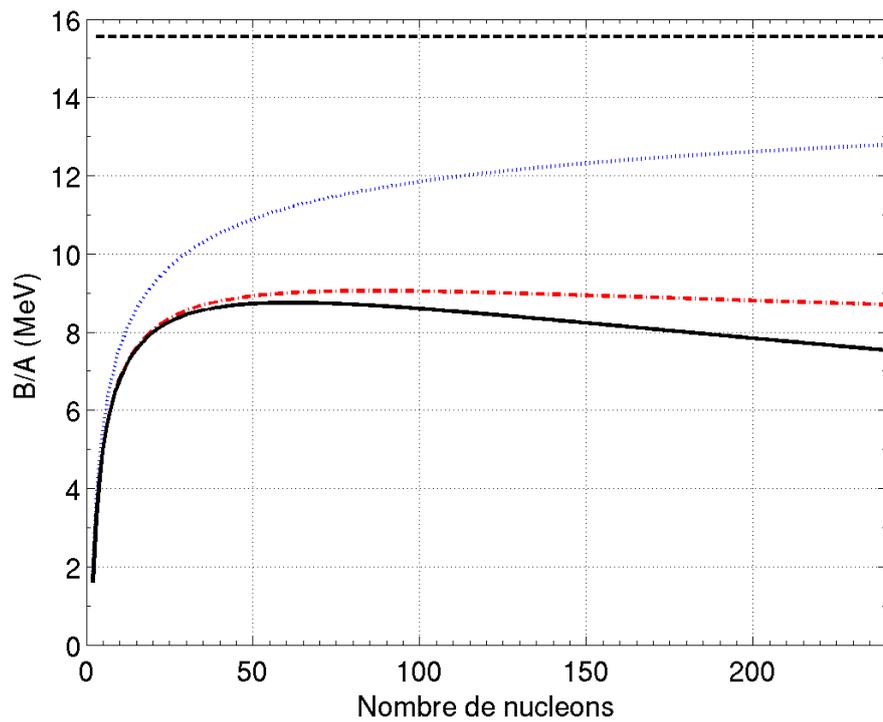


FIGURE 3 – Contribution des différents termes du modèle à l'énergie de liaison par nucléon en fonction du nombre de masse, le long de la vallée de stabilité. De haut en bas, - - : terme de volume; .. : termes de volume + terme de surface; - . - : terme de volume + terme de surface + terme coulombien; ligne continue : terme de volume + terme de surface + terme coulombien + terme d'asymétrie.

*Compléments* : Ce modèle permet aussi d'évaluer le seuil à partir duquel une réaction de fission dégagerait de l'énergie : on trouve  $A \geq 90$ . Mais le phénomène de fission spontanée est extrêmement rare. Le modèle fournit une explication phénoménologique : pour qu'une fission se produise, il faut d'abord « pincer » la goutte jusqu'à provoquer un étranglement. Cela se traduit d'abord par une augmentation de la surface, il faut donc un certain apport d'énergie pour commencer la déformation, jusqu'à ce que les deux morceaux se repoussent violemment à cause de la répulsion électro-statique. Si on cherche à provoquer la fission en utilisant des neutrons, on peut calculer l'énergie du neutron nécessaire pour provoquer la fission, et mieux comprendre pourquoi seuls quelques rares noyaux sont fissiles avec des neutrons d'énergie raisonnable. Tout ceci est à nuancer en tenant compte des effets quantiques tunnels.

Le modèle de la goutte ne permet pas de rendre compte de petites irrégularités de la courbe, en particulier des « nombres magiques » : les nucléides possédant un nombre de protons ou de neutrons égal à 2, 8, 20, 28, 50 ou 82 sont bien plus stables (voir les traits fins horizontaux et verticaux de la figure 2 du haut). Pour cela, on a développé un modèle en couches, similaire aux couches électroniques des atomes, afin de tenir compte de la nature intrinsèquement quantique de la physique du noyau.

NFI/GE2A.  
Option « Energies Renouvelables ».  
Technologie des Réacteurs Nucléaires.  
Correction du Test final

29 avril 2013

## 1 Questions de cours

### a Réacteurs nucléaires

#### Question 1 :

Le régime *critique* pour un réacteur correspond à un fonctionnement à puissance constante. Une fission donne exactement une fission à la génération suivante. La réactivité  $\rho$  est nulle. Pour assurer ce fonctionnement, il faut d'une part favoriser les réactions de fission (combustible suffisamment riche ou modérateur très efficace) et d'autre part absorber les neutrons en excès.

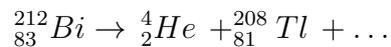
#### Question 2 :

Les grandes filières de réacteurs actuelles sont des filières à eau ordinaire (REB et REP) ou à eau lourde (CANDU). Il s'agit de réacteurs à neutrons lents (thermiques), qui n'utilisent que l'isotope  $^{235}\text{U}$  présent dans le minerai d'Uranium, et une petite partie du Plutonium généré au cours du fonctionnement de la centrale. Or, d'une part, les centrales fonctionnant en France ont été construites dans les années 70/80 et arrivent en fin de vie (durée initiale, 30 ans, étendue à 40 ans au cas par cas). D'autre part, on estime les réserves d'Uranium à 50 ans avec le rythme et la technologie actuels. D'ici 10 ans, on est confronté au problème de fin de vie des centrales. Si l'on prend la décision de maintenir une production électrique largement d'origine nucléaire, il faudrait construire rapidement un grand nombre de centrales

(type disponible aujourd'hui : 3<sup>e</sup> génération type EPR, à neutrons lents et utilisant du MOX). Il faudrait aussi développer une filière à neutrons rapides à échelle industrielle d'ici 30 ans (4<sup>e</sup> génération, utilisant plus complètement le minerai d'Uranium). Je me contente d'exposer ces faits et me garderai bien de prendre une position personnelle.

## b Radioactivité du bismuth 212

Le bismuth 212 peut subir une désintégration  $\alpha$  pour se transformer en thallium. L'équation est la suivante :



### Question 3 :

Un élément est caractérisé par son numéro atomique  $Z$ . Ici, le thallium est caractérisé par  $Z = 81$ .

### Question 4 :

L'isotope 208 du thallium est formé ici.

## 2 Modèle de la goutte

### a Présentation

L'expression de l'énergie de liaison  $B$  en fonction de  $A$  et de  $Z$  est :

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \delta \frac{a_p}{A^{1/2}} \quad (1)$$

### Question 1 :

La dépendance en  $A^{2/3}$  dans le terme de *surface* s'explique par le fait que ce terme est proportionnel à la surface. Or, le volume étant proportionnel à  $A$ , la surface est proportionnelle à  $A^{2/3}$  et le rayon à  $A^{1/3}$  (pensez en termes de dimension : les volumes sont en  $L^3$ , les surfaces en  $L^2$ , les longueurs étant en  $L$ ).

### Question 2 :

L'énergie potentielle coulombienne des protons répartis dans la sphère de rayon  $r$  varie comme  $1/r$ , c'est-à-dire comme  $A^{-1/3}$ . (Electrostatique de base : la force coulombienne est en  $1/r^2$  et dérive d'un potentiel en  $1/r$ ).

### Question 3 :

$A = N + Z$  (le nombre de nucléons est la somme du nombre de neutrons et du nombre de protons). Le terme d'*asymétrie* s'annule si  $N = Z$ . Le terme *asymétrie* fait référence à la symétrie nombre de neutrons / nombre de protons.

## b Exploitation du modèle

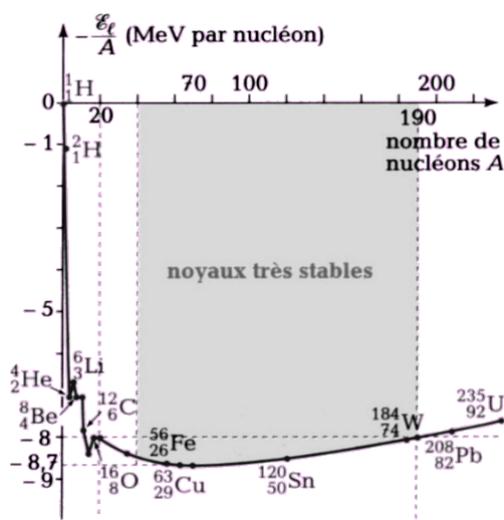


FIGURE 1 – Courbe donnant l'énergie de liaison par nucléon en fonction du nombre de masse, le long de la vallée de stabilité.

### Question 4 :

$$\frac{B(A, Z)}{A} = a_v - a_s A^{-1/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{4/3}} - a_a \frac{(A - 2Z)^2}{A^2} + \delta \frac{a_p}{A^{3/2}} \quad (2)$$

**Question 5 :**

On calcule l'énergie de liaison par nucléon pour  $A = 56$  et  $Z = 23, 24, \dots, 28$ <sup>1</sup>.  
On obtient :

$Z$	$B/A$ (MeV)
23	8.547
24	8.722
25	8.715
26	8.756
27	8.616
28	8.524

L'élément de plus grande énergie de liaison est le  $Z = 26$ , soit le Fer. Ceci est conforme à l'observation expérimentale (voir Fig. 1). On retrouve de plus une valeur très proche de celle indiquée sur la courbe (la valeur calculée est supérieure de 0.06 MeV à la valeur indiquée).

**Question 6 :**

$Z$	$B/A$ (MeV)
72	7.953
73	7.955
74	7.969
75	7.958
76	7.958
77	7.933

L'élément de plus grande énergie de liaison est le  $Z = 74$ , soit le Tungstène. Ceci est conforme à l'observation expérimentale (voir Fig. 1). On retrouve là aussi une valeur très proche de celle indiquée sur la courbe (la valeur calculée est cette fois inférieure de 0.03 MeV à la valeur indiquée).

Ces deux exemples ont été choisis car ils donnent de bons résultats : ce n'est pas toujours le cas (avec  $A = 63$  l'élément prédit est le Nickel ( $Z = 28$ ), alors qu'en réalité il est instable, et que l'élément stable avec  $A = 63$  est

---

1. Pour mener à bien ce calcul, on a le droit de bien s'organiser, par exemple de calculer chaque terme du modèle pour chaque  $Z$ , de les noter sous forme de tableau, puis d'en faire la somme à la fin

le Cuivre ( $Z = 29$ ). Le modèle de la goutte n'est qu'un modèle, dont les coefficients varient selon les auteurs.

**Question 7 :**

Il faut calculer la dérivée partielle de  $B(A, Z)$  par rapport à  $Z$  et chercher les zéros :

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \delta \frac{a_p}{A^{1/2}}$$

$$\frac{\partial B}{\partial Z} = -a_c A^{-1/3} \frac{\partial}{\partial Z} Z^2 - a_a A^{-1} \frac{\partial}{\partial Z} (A - 2Z)^2$$

$$\frac{\partial B}{\partial Z} = -2a_c A^{-1/3} Z - a_a A^{-1} (8Z - 4A) = 0$$

$$Z = \frac{2a_a A}{4a_a + a_c A^{2/3}}$$

On établit ainsi une équation de la vallée de stabilité.

**Question 8 :**

Le modèle semble bien reproduire la vallée de stabilité. A bas  $A$ , on a bien  $Z \simeq \frac{2a_a A}{4a_a} \simeq A/2$ , *i.e.*  $Z \simeq N$ . Pour de plus grands nombres de masse, la courbe s'incurve bien vers un plus grand nombre de neutrons que de protons. Pour, par exemple,  $N = 100$  (resp.  $N = 50$ ), on retrouve bien  $Z \simeq 70$  (resp.  $Z \simeq 40$ ). En revanche, le modèle ne prédit qu'un isotope stable pour chaque élément, alors qu'il en existe plusieurs. On a en particulier plus de noyaux stables pour  $N$  ou  $Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82$  : un autre modèle en couches permet d'expliquer ceci (voir le complément).

**Question 9 :**

Le terme de volume est constant. Le terme de surface est très grand pour les petits noyaux, et devient de moins en moins important (il décroît en  $A^{-1/3}$ ). Le terme coulombien est croissant : il varie grossièrement comme  $A^{2/3}$  à bas  $A$  puis croît un peu moins vite pour les gros noyaux. Ces trois premiers termes sont « classiques ». Leur somme donne déjà un bon ordre de grandeur, mais ne permet pas de reproduire l'inflexion de la courbe (le fait que  $B/A$  décroisse pour  $A \geq 60$ ). Le terme d'asymétrie, d'origine quantique, est nécessaire à cela. Il est quasiment nul pour les petits noyaux (car  $N \simeq Z$ ) et croît ensuite de façon monotone.

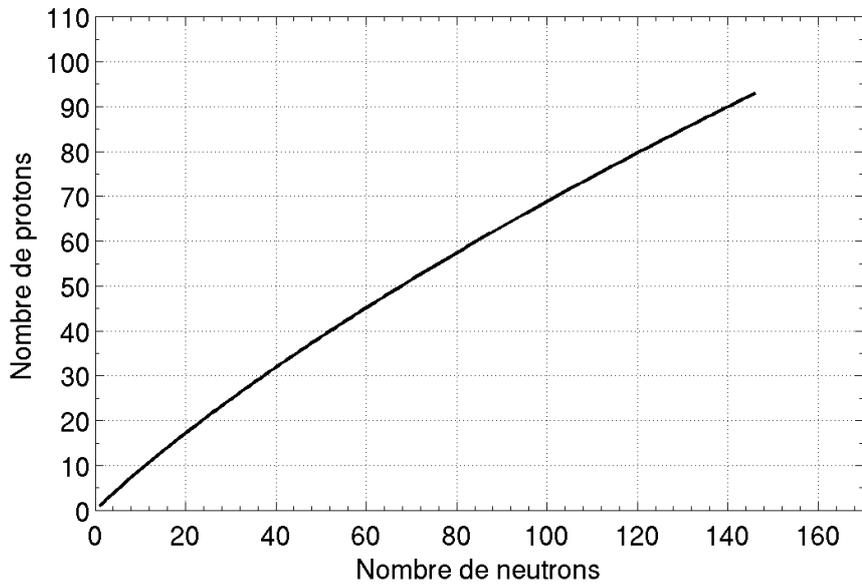
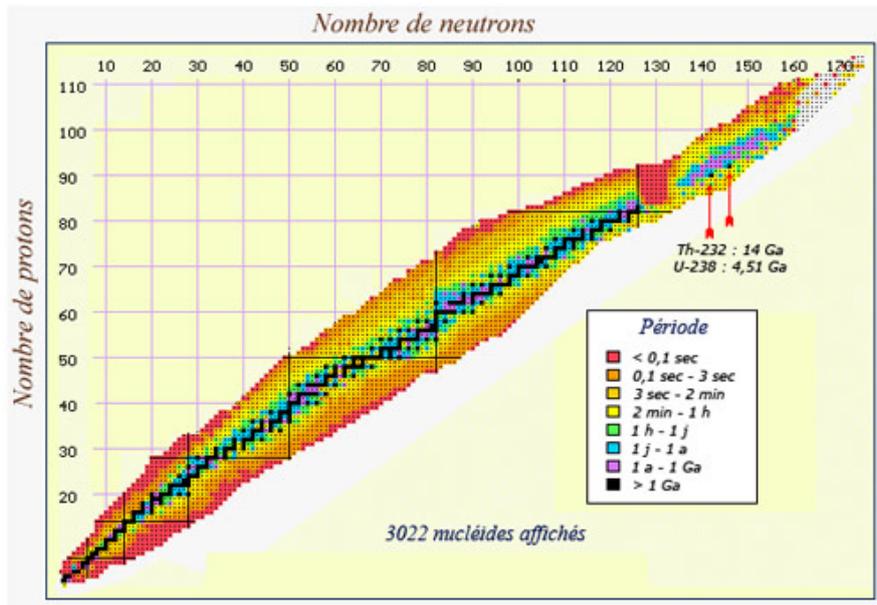


FIGURE 2 – *En haut* : Carte des noyaux en fonction du nombre de protons et de neutrons ; les noyaux en noir se rassemblent sur une courbe, la « vallée de stabilité ». *En bas* : vallée de stabilité prédite par le modèle.

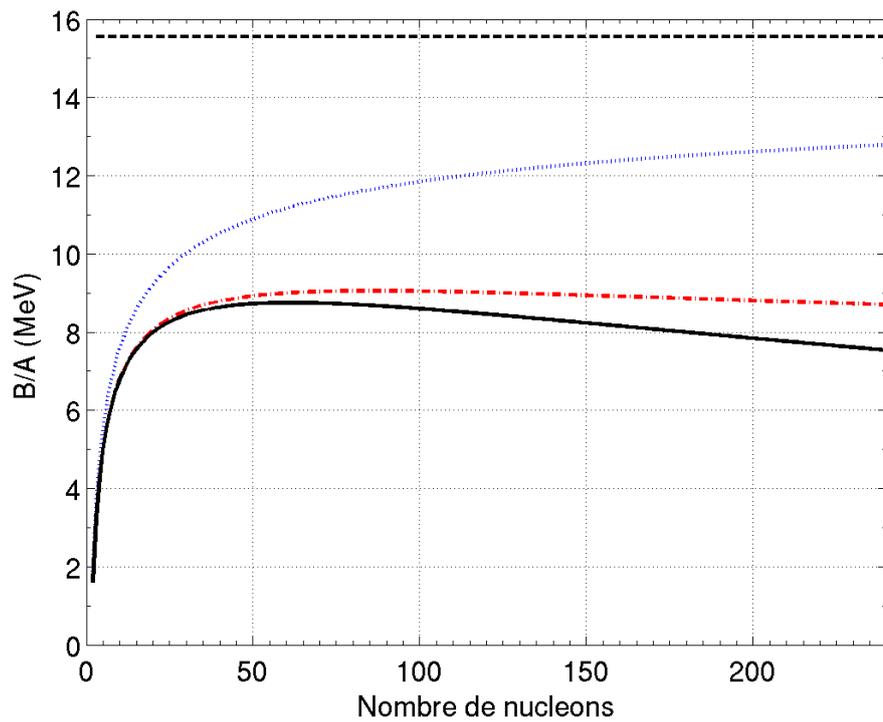


FIGURE 3 – Contribution des différents termes du modèle à l'énergie de liaison par nucléon en fonction du nombre de masse, le long de la vallée de stabilité. De haut en bas, - - : terme de volume; .. : termes de volume + terme de surface; - . - : terme de volume + terme de surface + terme coulombien; ligne continue : terme de volume + terme de surface + terme coulombien + terme d'asymétrie.

*Compléments* : Ce modèle permet aussi d'évaluer le seuil à partir duquel une réaction de fission dégagerait de l'énergie : on trouve  $A \geq 90$ . Mais le phénomène de fission spontanée est extrêmement rare. Le modèle fournit une explication phénoménologique : pour qu'une fission se produise, il faut d'abord « pincer » la goutte jusqu'à provoquer un étranglement. Cela se traduit d'abord par une augmentation de la surface, il faut donc un certain apport d'énergie pour commencer la déformation, jusqu'à ce que les deux morceaux se repoussent violemment à cause de la répulsion électro-statique. Si on cherche à provoquer la fission en utilisant des neutrons, on peut calculer l'énergie du neutron nécessaire pour provoquer la fission, et mieux comprendre pourquoi seuls quelques rares noyaux sont fissiles avec des neutrons d'énergie raisonnable. Tout ceci est à nuancer en tenant compte des effets quantiques tunnels.

Le modèle de la goutte ne permet pas de rendre compte de petites irrégularités de la courbe, en particulier des « nombres magiques » : les nucléides possédant un nombre de protons ou de neutrons égal à 2, 8, 20, 28, 50 ou 82 sont bien plus stables (voir les traits fins horizontaux et verticaux de la figure 2 du haut). Pour cela, on a développé un modèle en couches, similaire aux couches électroniques des atomes, afin de tenir compte de la nature intrinsèquement quantique de la physique du noyau.

## Script matlab pour les calculs

```
clc;clear all;close all;
%% constantes
av=15.56;
as=17.23;
ac=0.7;
aa=94.4/4;
ap=12;

%% questions 5/6
A=56;
Z=23:28;

delta=-(mod(Z,2)+mod(A-Z,2))+1;
El=av*A-as*A.^(2/3)-ac*(Z.^2)./(A.^(1/3))- ...
    aa*((A-2*Z).^2)./A+delta*ap/sqrt(A);

figure;box on;hold on;set(gca,'FontSize',16);
```

```

plot(Z,-E1/A,'ro-');
xlabel('Nombre de Protons');
ylabel('-B/A (MeV)')

%% question 7/8
A=2:1:239;
Z=2*aa*A./(ac*A.^(2/3)+4*aa);

figure;box on;hold on;set(gca,'FontSize',16);
plot(A-Z,Z,'k','LineWidth',2);
axis image;
xlabel('Nombre de neutrons');
ylabel('Nombre de protons');
set(gca,'XLim',[0 170]);
set(gca,'YLim',[0 110]);
set(gca,'YTick',[0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110]);
set(gca,'XTick',[0 20 40 60 80 100 120 140 160]);
grid on;
set(gca,'XMinorTick','on');
set(gca,'YMinorTick','on');

%% question 9
delta=-(mod(round(Z),2)+mod(A-round(Z),2))+1;
E1=av*A;
E2=as*A.^(2/3);
E3=ac*(Z.^2)./(A.^(1/3));
E4=aa*((A-2*Z).^2)./A;
E5=delta.*ap./sqrt(A);

figure;box on;hold on;set(gca,'FontSize',16);
plot(A,E1./A,'k--','LineWidth',2);
plot(A,E1./A-E2./A,'b:', 'LineWidth',2);
plot(A,E1./A-E2./A-E3./A,'r-.','LineWidth',2);
plot(A,E1./A-E2./A-E3./A-E4./A,'k','LineWidth',2);
xlabel('Nombre de nucleons');
ylabel('B/A (MeV)');
set(gca,'XLim',[0 240]);
set(gca,'YLim',[0 16]);
grid on;
set(gca,'XMinorTick','on');
set(gca,'YMinorTick','on');

```

NFI/GE2A.  
Option « Energies Renouvelables ».  
Technologie des Réacteurs Nucléaires.  
Test final  
Durée 1h30, sans documents, sans calculatrices

30 mai 2014

*Merci de répondre sur le sujet. Lors de choix multiples, une mauvaise réponse vaut -1.*

**Question 1 :**

Quels sont les quatre composants se trouvant dans un cœur de centrale nucléaire ?  
Pour chacun, citer un exemple d'élément ou de matériau possible.

**Question 2 :**

A quoi sert un modérateur (entourer la bonne réponse) :

1. A modérer, c'est-à-dire à abaisser le taux de réaction en capturant des neutrons ;
2. A modérer, c'est-à-dire à favoriser les réactions en ralentissant les neutrons ;
3. A modérer, c'est-à-dire à absorber les rayonnements nocifs.

**Question 3 :**

Que signifie qu'un réacteur fonctionne en régime *critique* ? Quelle est la signification de la relation  $k = 1$  ( $k$  est le facteur mesurant la criticité) ?

**Question 4 :**

Citer trois filières de réacteurs, donner leurs caractéristiques.

**Question 5 :**

Citer au moins un noyau naturel radioactif, et donner son mécanisme principal de désintégration.

**Question 6 :**

La radioactivité naturelle correspond à une dose de 2.4 mSv/an (millisievert). Quelle dose instantannée est mortelle dans 50% des cas ?

1. 5 Sv ;
2. 5 mSv ;
3. 5 kSv.

**Question 7 :**

Qu'est-ce qu'un électron-volt ?

1. un électron qui tourne sur lui-même ;
2. une unité d'énergie correspondant à celle d'un électron accéléré par une différence de potentiel d'un volt ;
3. une unité de puissance correspondant à celle d'un électron accéléré par une différence de potentiel d'un volt ;

**Question 8 :**

Pourquoi doit-on avoir recours à un combustible enrichi pour la plupart des filières ?

**Question 9 :**

Quelle est la filière de réacteurs présente en France ? Faire un schéma (avec une légende) des éléments d'une centrale de ce type (ne pas tenir compte des circuits annexes et de sécurité). Décrire le rôle des principaux éléments.



**Question 10 :**

De quelle relation s'est-on servi pour relier la variation d'enthalpie massique à la différence de pression créée par une pompe dans un cas incompressible ?

**Question 11 :**

Quel est l'ordre de grandeur de la puissance électrique d'une centrale nucléaire ?

1. 1 W ;
2. 1 kW ;
3. 1 MW ;
4. 1 GW ;
5. 1000 GW.

NFI/GE2A.

Option « Energies Renouvelables ».

Technologie des Réacteurs Nucléaires.

Durée 2h00, une feuille A4 manuscrite de notes autorisée. Réponses à écrire sur le sujet d'examen.

21 avril 2015

*Merci de répondre sur le sujet.*

## **1 Noyaux légers (5 points)**

### **Question 1 :**

Inscrire les symboles des noyaux stables dans les cases grisées de la figure 1.

### **Question 2 :**

Donner la relation approximative entre nombre de protons et nombres de neutrons pour les noyaux légers stables.

### **Question 3 :**

Est-ce encore le cas des noyaux lourds ? Quelle devient la proportion approximative pour les noyaux lourds stables ?

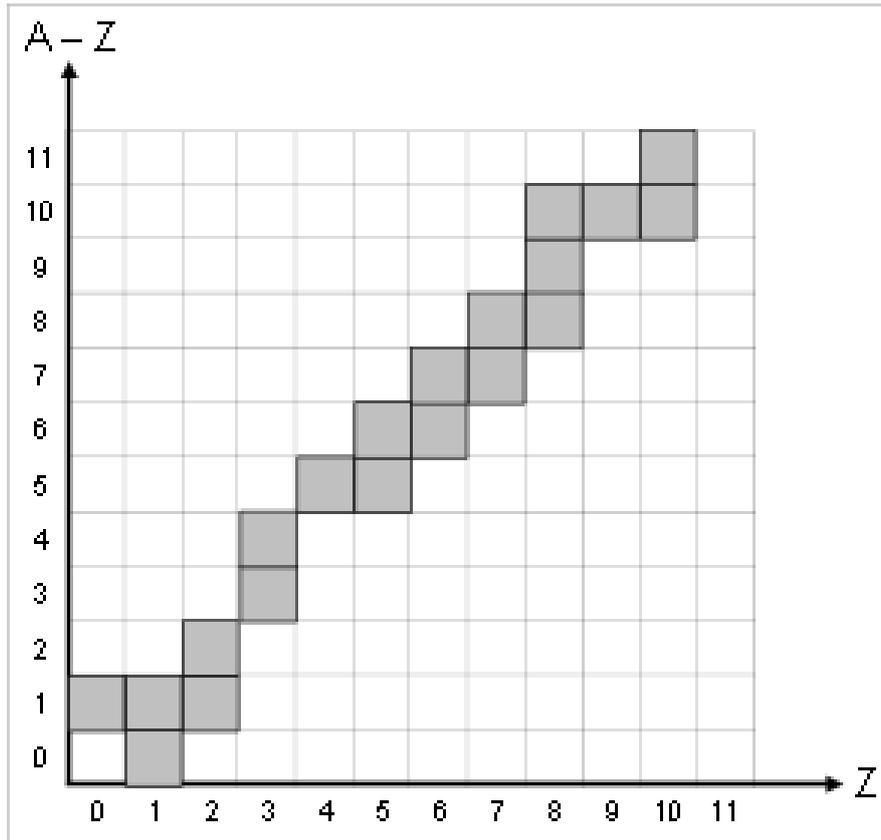


FIGURE 1 – Carte des noyaux, en gris : noyaux stables.

**Question 4 :**

Placer les noyaux radioactifs  ${}^3_1H$ ,  ${}^7_4Be$ ,  ${}^{16}_7N$  et  ${}^{21}_{11}Na$  dans la figure 1. Quel est le type de radioactivité associé à chacun de ces noyaux ?

## 2 Réacteur à eau bouillante (15 points)

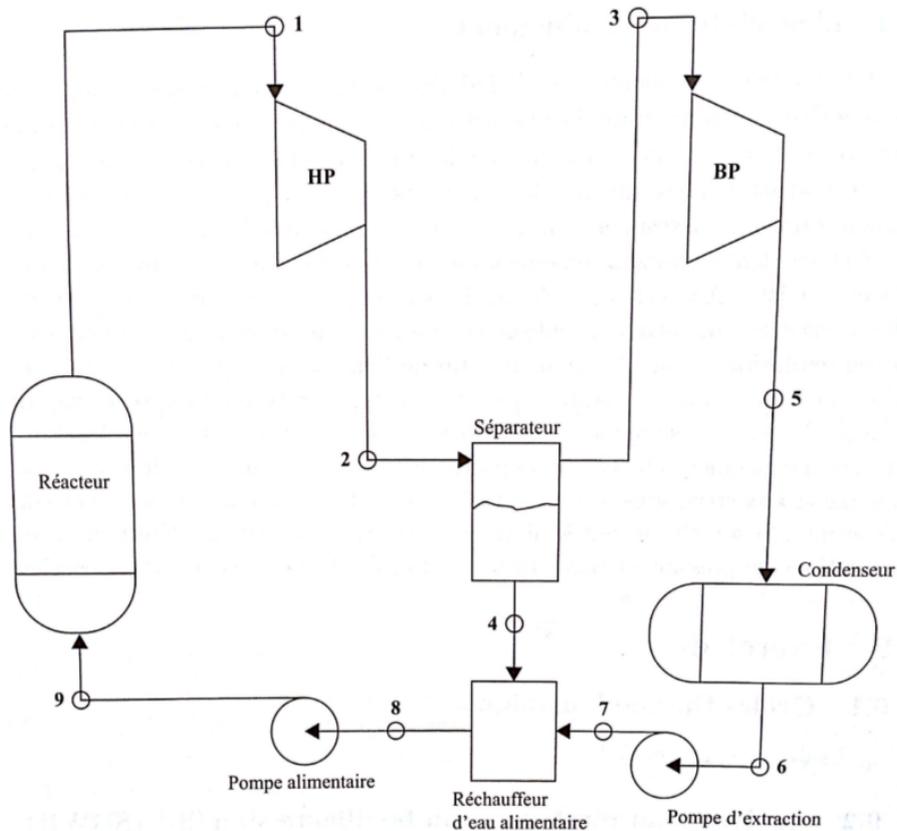


FIGURE 2 – Schéma simplifié du REB.

On se propose d'analyser le cycle thermodynamique d'un réacteur à eau bouillante simplifié, avec un seul étage de séparation (voir Fig. 2). L'eau liquide est chauffée et vaporisée dans le réacteur. Elle sort au point 1 à l'état de vapeur saturée. On a ensuite une détente dans une turbine HP. Le mélange liquide-vapeur sortant en 2 est séparé entre la partie liquide saturée (vers 4) et la partie vapeur saturée (vers 3). Cette vapeur est détendue dans la turbine BP, puis condensée dans le condenseur. Le cycle est ensuite fermé au moyen d'une pompe d'extraction, d'un réservoir où les branches sont mélangées, puis de la pompe alimentaire.

Les contraintes au niveau des points 1 à 9 du cycle sont fixées dans le tableau 1. Les propriétés thermodynamiques de l'eau pour les pressions de 6.95, 1.30 et 0.005 MPa sont fournies en Tabs. 2, 3 et 4.

Point	Pression en MPa	Etat fluide
1	6.95	vapeur saturée
2	1.38	
3	1.38	vapeur saturée
4	1.38	liquide saturé
5	0.005	
6	0.005	liquide saturé
7	1.38	
8	1.38	
9	6.95	

TABLE 1 – Contraintes sur le cycle

$T$ (°C)	$h$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	$s$ (kJ.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	Etat fluide
50.000	215.32	0.70060	liquid
55.000	236.15	0.76458	liquid
60.000	257.00	0.82762	liquid
65.000	277.85	0.88976	liquid
70.000	298.72	0.95103	liquid
280.00	1236.6	3.0666	liquid
281.00	1241.9	3.0762	liquid
282.00	1247.2	3.0857	liquid
283.00	1252.5	3.0953	liquid
284.00	1257.9	3.1049	liquid
285.00	1263.2	3.1146	liquid
285.34	1265.1	3.1179	liquid
285.34	2773.3	5.8184	vapor
286.00	2776.7	5.8246	vapor
287.00	2782.0	5.8339	vapor

TABLE 2 – Propriétés de l'eau à 6.95 MPa.

$T$ (°C)	$h$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	$s$ (kJ.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	Etat fluide
32.800	138.61	0.47476	liquid
32.820	138.69	0.47503	liquid
32.840	138.78	0.47530	liquid
32.860	138.86	0.47558	liquid
32.880	138.94	0.47585	liquid
32.900	139.03	0.47612	liquid
32.920	139.11	0.47639	liquid
32.940	139.19	0.47667	liquid
32.960	139.28	0.47694	liquid
32.980	139.36	0.47721	liquid
33.000	139.44	0.47749	liquid
40.000	168.68	0.57190	liquid
50.000	210.45	0.70321	liquid
60.000	252.26	0.83061	liquid
180.00	763.20	2.1388	liquid
190.00	807.45	2.2354	liquid
191.60	814.60	2.2508	liquid
191.60	2786.5	6.4936	vapor
200.00	2809.6	6.5431	vapor

TABLE 3 – Propriétés de l'eau à 1.30 MPa.

$T$ (°C)	$h$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	$s$ (kJ.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	Etat fluide
32.500	136.18	0.47108	liquid
32.600	136.60	0.47245	liquid
32.700	137.02	0.47382	liquid
32.800	137.44	0.47518	liquid
32.874	137.75	0.47620	liquid
32.874	2560.7	8.3938	vapor
32.900	2560.8	8.3940	vapor

TABLE 4 – Propriétés de l'eau à 0.005 MPa.

## a Expression littérale du rendement du cycle

### Question 1, puissance des turbines :

Exprimer la puissance délivrée par les deux turbines (HP et BP) en fonction :

- du débit massique dans la turbine HP  $\dot{m}_{HP}$  ;
- du débit massique dans la turbine BP  $\dot{m}_{BP}$  ;
- des enthalpies spécifiques  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  et  $h_5$ .

### Question 2, puissance des pompes :

Exprimer la puissance à fournir aux deux pompes (extraction et alimentaire) en fonction :

- du débit massique dans la turbine HP  $\dot{m}_{HP}$  ;
- du débit massique dans la turbine BP  $\dot{m}_{BP}$  ;
- des enthalpies spécifiques  $h_6$ ,  $h_7$ ,  $h_8$  et  $h_9$ .

### Question 3, puissance réacteur :

Exprimer la puissance reçue par le fluide dans le réacteur en fonction :

- du débit massique dans la turbine HP  $\dot{m}_{HP}$  ;
- des enthalpies spécifiques  $h_9$  et  $h_1$ .

### Question 4, rendement :

Exprimer le rendement du cycle (on posera  $x_2 = \frac{\dot{m}_{BP}}{\dot{m}_{HP}}$ ).

## b Calcul des points du cycle

### Question 5, sortie de réacteur :

Donner les valeurs de  $h_1$  et  $s_1$ .

### Question 6, détente dans la turbine HP :

On suppose une détente isentropique.

- Calculer  $x_{2s}$ , le titre en sortie de détente (Utiliser l'entropie  $s_{2s}$ , et les entropies du liquide saturé et de la vapeur saturée).
- En déduire  $h_{2s}$ .

On a une détente réelle avec un rendement isentropique de 90%.

- Rappeler la définition du rendement isentropique pour une détente.
- En déduire  $h_2$ .
- En déduire  $x_2$ .

### Question 7, séparateur :

Donner les valeurs de  $h_3$  et  $s_3$ .

Donner les valeurs de  $h_4$  et  $s_4$ .

**Question 8, détente dans la turbine BP :**

On suppose une détente isentropique.

- Calculer  $x_{5s}$ , le titre en sortie de détente.
- En déduire  $h_{5s}$ .

On a une détente réelle avec un rendement isentropique de 90%.

- En déduire  $h_5$ .
- En déduire  $x_5$ .

**Question 9, condenseur :**

Donner les valeurs de  $h_6$  et  $s_6$ .

**Question 10, compression dans la pompe d'extraction :**

On suppose une compression isentropique.

- Relever dans la (bonne) table  $h_{7s}$ .

On a une compression réelle avec un rendement isentropique de 85%.

- Rappeler la définition du rendement isentropique pour une compression.
- En déduire  $h_7$ .
- Relever  $T_7$  dans la (bonne) table.

**Question 11, mélange dans le réservoir :**

A partir de  $h_4$ ,  $h_7$  et  $x_2$ , trouver  $h_8$  (et relever dans la (bonne) table  $s_8$  et  $T_8$ ).

**Question 12, compression dans la pompe alimentaire :**

On suppose une compression isentropique.

— Relever dans la (bonne) table  $h_{9s}$ .

On a une compression réelle avec un rendement isentropique de 85%.

— En déduire  $h_9$ .

— Relever  $T_9$  dans la (bonne) table.

**Question 13, ouf :**

— Donner la puissance des turbines en fonction de  $\dot{m}_{HP}$ .

— Donner la puissance des pompes en fonction de  $\dot{m}_{HP}$ .

— Donner la puissance du réacteur en fonction de  $\dot{m}_{HP}$ .

— Donner le rendement du cycle.

NFI/GE2A.  
Option « Energies Renouvelables ».  
Technologie des Réacteurs Nucléaires.  
Correction du Test final

21 avril 2015

## 1 Noyaux légers

### Question 1 :

Voir le tableau périodique des éléments.

### Question 2 :

Pour les noyaux légers stables, on a à peu près autant de protons que de neutrons.

### Question 3 :

Pour les noyaux lourds, on a environ 1.5 neutrons pour un proton.

### Question 4 :

Si le noyau est au dessus de la zone grisée sur la figure, c'est qu'il a trop de neutrons. Il sera radioactif  $\beta^-$  (dans le noyau un neutron se change en proton et un électron est émis). Pour l'autre cas, on a un mécanisme de décroissance radioactive  $\beta^+$  (émission d'un anti-électron). Le béryllium 7 est un cas particulier : il décroît par capture électronique.

## 2 Réacteur à eau bouillante

### a Expression littérale du rendement du cycle

#### Question 1, puissance des turbines :

- Puissance de la turbine HP :  $\dot{W}t_{HP} = \dot{m}_{HP} (h_2 - h_1)$
- Puissance de la turbine BP :  $\dot{W}t_{BP} = \dot{m}_{BP} (h_5 - h_3)$

#### Question 2, puissance des pompes :

- Puissance de la pompe HP :  $\dot{W}p_{HP} = \dot{m}_{HP} (h_9 - h_8)$
- Puissance de la pompe BP :  $\dot{W}p_{BP} = \dot{m}_{BP} (h_7 - h_6)$

**Question 3, puissance réacteur :**

— Puissance réacteur :  $\dot{Q}_c = \dot{m}_{HP} (h_1 - h_9)$

**Question 4, rendement :**

Rendement du cycle :

$$\eta = \frac{|\dot{W}_{tHP} + \dot{W}_{tBP} + \dot{W}_{pHP} + \dot{W}_{pBP}|}{\dot{Q}_c}$$

$$\eta = \frac{|(h_2 - h_1) + x_2 (h_5 - h_3) + (h_9 - h_8) + x_2 (h_7 - h_6)|}{(h_1 - h_9)}$$

**b Calcul des points du cycle****Question 5, sortie de réacteur :**

—  $h_1 = 2773.3 \text{ kJ.kg}^{-1}$   
 —  $s_1 = 5.8184 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

**Question 6, détente dans la turbine HP :**

On suppose une détente isentropique. On relève dans la table les entropies et enthalpies spécifiques aux conditions de sortie de la turbine HP pour le liquide et la vapeur :

—  $h_{l,HP} = 814.6 \text{ kJ.kg}^{-1}$   
 —  $s_{l,HP} = 2.2508 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 —  $h_{v,HP} = 2786.5 \text{ kJ.kg}^{-1}$   
 —  $s_{v,HP} = 6.4936 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

On calcule le titre en fin de détente isentropique :

$$x_{2s} = \frac{s_1 - s_{l,HP}}{s_{v,HP} - s_{l,HP}} = 0.8409$$

On en déduit l'enthalpie en fin de détente isentropique :

$$h_{2s} = x_{2s} h_{v,HP} + (1 - x_{2s}) h_{l,HP}$$

Le résultat est  $h_{2s} = 2472.7 \text{ kJ.kg}^{-1}$ , soit une chute d'enthalpie potentielle de  $\Delta h_s = -300.6 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . On applique le rendement isentropique de  $\eta_t = 90\%$  :

$$\Delta h_r = \eta_t \Delta h_s$$

D'où :

—  $h_2 = 2502.8 \text{ kJ.kg}^{-1}$   
 —  $x_2 = 0.8561$

**Question 7, séparateur :**

—  $h_4 = h_{l,HP} = 814.6 \text{ kJ.kg}^{-1}$   
 —  $s_4 = s_{l,HP} = 2.2508 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 —  $h_3 = h_{v,HP} = 2786.5 \text{ kJ.kg}^{-1}$   
 —  $s_3 = s_{v,HP} = 6.4936 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

**Question 8, détente dans la turbine BP :**

On suppose une détente isentropique. On relève dans la table les entropies et enthalpies spécifiques aux conditions de sortie de la turbine BP pour le liquide et la vapeur :

- $h_{l,BP} = 137.75 \text{ kJ.kg}^{-1}$
- $s_{l,BP} = 0.4762 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- $h_{v,BP} = 2560.7 \text{ kJ.kg}^{-1}$
- $s_{v,BP} = 8.3938 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

On calcule le titre en fin de détente isentropique :

$$x_{5s} = \frac{s_3 - s_{l,BP}}{s_{v,BP} - s_{l,BP}} = 0.7600$$

On en déduit l'enthalpie en fin de détente isentropique :

$$h_{5s} = x_{5s}h_{v,BP} + (1 - x_{5s})h_{l,BP}$$

Le résultat est  $h_{5s} = 1979.2 \text{ kJ.kg}^{-1}$ , soit une chute d'enthalpie potentielle de  $\Delta h_s = -807.3 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . On applique le rendement isentropique de  $\eta_t = 90\%$  :

$$\Delta h_r = \eta_t \Delta h_s$$

D'où :

- $h_5 = 2059.9 \text{ kJ.kg}^{-1}$
- $x_2 = 0.7933$

**Question 9, condenseur :**

- $h_6 = h_{l,BP} = 137.75 \text{ kJ.kg}^{-1}$
- $s_6 = s_{l,BP} = 0.4762 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

**Question 10, compression dans la pompe d'extraction :**

On suppose une compression isentropique. On relève l'enthalpie correspondant à  $s_7 = s_6$  dans la table à la pression intermédiaire. On peut procéder par interpolation :  $h_{7s} = 139.05 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . Soit une élévation d'enthalpie isentropique  $\Delta h_s = 1.30 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

On a une compression réelle avec un rendement isentropique de  $\eta_p = 85\%$ .

$$\Delta h_r = \frac{\Delta h_s}{\eta_p}$$

D'où :

- $h_7 = 139.28 \text{ kJ.kg}^{-1}$
- $T_7 = 32.96^\circ\text{C}$

**Question 11, mélange dans le réservoir :**

L'enthalpie est une grandeur extensive :

$$h_8 = (1 - x_2)h_4 + x_2h_7$$

Pour la température et l'entropie spécifique, on interpole linéairement dans la table.

- $h_8 = 236.46 \text{ kJ.kg}^{-1}$
- $T_8 = 56.2^\circ\text{C}$
- $s_8 = 0.782 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

**Question 12, compression dans la pompe alimentaire :**

On suppose une compression isentropique. On relève l'enthalpie correspondant à  $s_9 = s_8$  dans la table à la pression haute. On peut procéder par interpolation :  $h_{9s} = 242 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . Soit une élévation d'enthalpie isentropique  $\Delta h_s = 5.5 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

On a une compression réelle avec un rendement isentropique de  $\eta_p = 85\%$ .

$$\Delta h_r = \frac{\Delta h_s}{\eta_p}$$

D'où :

—  $h_9 = 243 \text{ kJ.kg}^{-1}$

—  $T_9 = 56.6^\circ\text{C}$

**Question 13, ouf :**

En S.I :

—  $\dot{W}t_{HP} = \dot{m}_{HP} (-270.5) \times 10^3 \text{ W}$

—  $\dot{W}t_{BP} = \dot{m}_{HP} (-622.0) \times 10^3 \text{ W}$

—  $\dot{W}p_{HP} = \dot{m}_{HP} (6.5) \times 10^3 \text{ W}$

—  $\dot{W}p_{BP} = \dot{m}_{HP} (1.3) \times 10^3 \text{ W}$

—  $\dot{Q}c = \dot{m}_{HP} (2530.3) \times 10^3 \text{ W}$

Et un rendement de cycle  $\eta = 35\%$ .

NFI/GE2, Option « Energies Renouvelables ».  
Technologie des réacteurs nucléaires, Examen.

F. Ravelet<sup>a</sup>

<sup>a</sup> *Arts et Metiers ParisTech, DynFluid,*  
151 boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France.  
contact: florent.ravelet@ensam.eu

15 mars 2018

Durée : 1h30.

Documents autorisés : une feuille manuscrite recto-verso.

Calculatrices autorisées.

Les questions sont marquées d'une puce et rédigées en italiques.

## 1 Calcul de la puissance d'un réacteur (4 points)

On considère un réacteur fonctionnant à l'Uranium naturel (0.7% d'<sup>235</sup>U, densité  $\rho = 18.9 \text{ g.cm}^{-3}$ ).

On suppose un flux de neutrons thermiques  $\phi = 2 \times 10^{12} \text{ neutrons.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$ .

On suppose qu'une fission dégage 200 MeV (1 eV =  $1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ ).

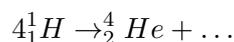
- *En utilisant le tableau 1, calculer la section efficace macroscopique de fission.*
- *Calculer la puissance par unité de volume dans ce réacteur.*
- *Discuter cet ordre de grandeur.*

	$\sigma_a$ (barns)	$\sigma_f$ (barns)
<sup>235</sup> U	680	580
<sup>238</sup> U	2.7	0

TABLE 1 – Sections efficaces microscopiques d'absorption et de fission en neutrons thermiques

## 2 Etude de la fusion nucléaire (6 points)

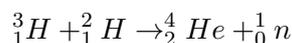
L'énergie des étoiles provient de réactions de fusion entre noyaux légers. Dans les étoiles jeunes, il s'agit principalement de la réaction :



- Compléter l'équation bilan.

Pour que cette réaction se produise, il faut vaincre la répulsion électrostatique entre les noyaux d'hydrogène, et pour ce faire avoir des températures très élevées (10 à 100 millions de degrés).

Une autre réaction de fusion plus « facile » à mettre en œuvre est celle du deutérium avec le tritium. Le deutérium est l'isotope 2 de l'hydrogène ; il est stable et relativement abondant dans l'eau de mer. Le tritium est l'isotope 3 de l'hydrogène. Il est radioactif, de période 11.6 ans ; il s'en fabrique dans les réacteurs nucléaires par activation de l'eau, ou on peut en produire par réaction d'un neutron sur du lithium 6. La réaction est :



- En utilisant les données du tableau 2, calculer la variation de masse au cours de la réaction de fusion d'un noyau de deutérium et d'un noyau de tritium. Donner sa valeur en unités de masse atomique.
- Déterminer l'énergie produite par cette réaction de fusion, donner le résultat en MeV.
- Vérifier que le nombre de noyaux présents dans 1 g de deutérium est  $3.0 \times 10^{23}$  noyaux.
- Vérifier qu'il en est de même dans 1.5 g de tritium.
- En déduire l'énergie, en Joule, que l'on pourrait espérer obtenir si on réalisait la réaction de fusion de 1 g de deutérium avec 1.5 g de tritium.
- La tonne d'équivalent pétrole (tep) est une unité d'énergie utilisée dans l'industrie et en économie. Elle sert à comparer les énergies obtenues à partir de sources différentes. Une tep représente l'énergie libérée en moyenne par la combustion d'une tonne de pétrole, soit  $4.2 \times 10^{10}$  J. Comparer l'énergie précédente à l'énergie libérée par la fission de 1 g d'uranium 235 qui est de 1.8 tep.

**Question bonus (2 points) :** Exprimer en MeV l'énergie emportée par le noyau d'hélium et celle emportée par le neutron. Comparer cette énergie du neutron à celle d'un neutron issu de fission.

---

$1_0^1n$ :	1.0087 u
$2_1^2H$ :	2.0136 u
$3_1^3H$ :	3.0155 u
$2_2^4He$ :	4.0015 u

---

TABLE 2 – Table de masse des réactifs et produits de la réaction de fusion deutérium-tritium. Rappels : u est l'unité de masse atomique et  $1 \text{ u} = 931.5 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$

### 3 Série radioactive et équilibre séculaire (8 points)

Lorsqu'un noyau est radioactif et qu'il se désintègre, il se transforme souvent en un noyau lui-même radioactif qui se désintègre à son tour. Cela donne lieu à une chaîne de désintégrations (aussi appelée série radioactive ou filiation), qui finit par aboutir à un noyau stable (voir exemple en figure 1) :

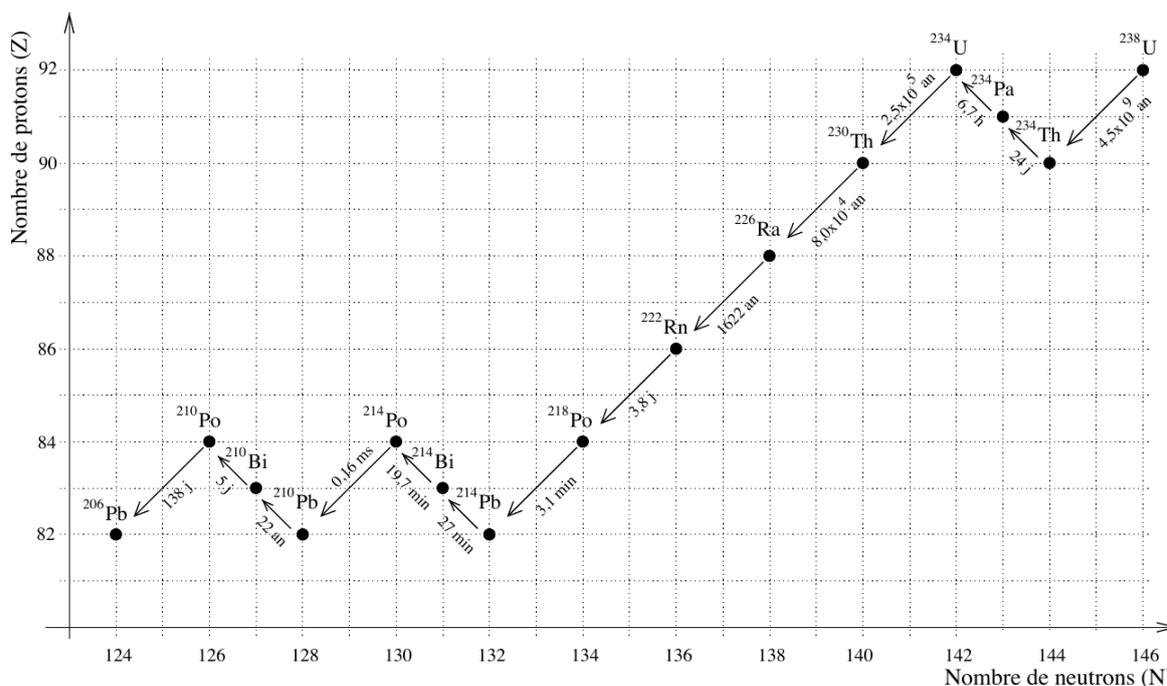
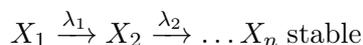


FIGURE 1 – Filiation de l'uranium 238.

On cherche à calculer l'évolution du nombre de noyaux  $N_i(t)$  de type  $X_i$ ; on notera la constante de décroissance radioactive  $\lambda_i$ . On se place dans le cas où l'échantillon ne contient initialement que des noyaux  $X_1$  :

$$N_i(0) = 0, \text{ sauf pour } N_1(0) = N_1^0$$

- Rappeler l'équation d'évolution du nombre de noyaux « pères »  $N_1(t)$ .
- Rappeler sa solution.

Le noyau « fils »  $X_2$  apparaît avec un taux égal au taux de disparition du noyau père, et disparaît par décroissance radioactive. L'équation d'évolution du nombre de noyaux fils est :

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

- Identifier les différents termes de cette équation.
- Vérifier que la solution de cette équation est :

$$N_2(t) = N_1^0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left( e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right) \quad (1)$$

On peut par récurrence trouver les solutions pour tous les  $N_i(t)$ . Ce système d'équations porte le nom d'équations de Bateman de la filiation simple. Il permet par exemple de calculer l'évolution en fonction du temps de l'activité d'un fût de déchets radioactifs. Quand la période du père est très nettement supérieure à celle des fils, les activités des différents fils se mettent à l'équilibre avec celle du père. On parle d'équilibre séculaire. L'établissement de l'équilibre séculaire explique pourquoi la radioactivité d'un échantillon peut augmenter avec le temps. Nous allons illustrer ceci sur le cas de l'uranium 238 et son premier descendant, le thorium 234.

- A partir des données du tableau 3, calculer les constantes  $\lambda_U$  et  $\lambda_{Th}$  de l'uranium 238 et du thorium 234. Donner les résultats en  $\text{ans}^{-1}$ .
- Rappeler la définition de l'activité  $A$  d'un échantillon de  $N$  noyaux radioactifs, et l'exprimer en fonction de  $N$  et  $\lambda$ .
- Dans le cas de l'uranium 238 et du thorium 234, on a  $\lambda_U \ll \lambda_{Th}$ . Simplifier l'équation 1 en conséquence.
- On va considérer à  $t = 0$  un échantillon d'un gramme d'uranium 238 pur. Calculer son activité  $A_U(0)$ .
- On va s'intéresser à une durée de un an. Justifier que l'activité de l'uranium peut être considérée comme constante sur cette période.
- En utilisant l'équation 1 simplifiée et la définition de l'activité, tracer sur un graphique l'évolution de l'activité due au thorium 234 sur une durée de un an.
- Quelle est l'activité totale de l'échantillon au bout d'un an ?

Noyau	Période (demi-vie) en années
$^{238}\text{U}$	$4.4 \times 10^9$
$^{234}\text{Th}$ :	0.0658

TABLE 3 – Périodes radioactives de l'uranium 238 et du thorium 234

NFI/GE2, Option « Energies Renouvelables ».  
Technologie des réacteurs nucléaires, Correction.

F. Ravelet<sup>a</sup>

<sup>a</sup> *Arts et Metiers ParisTech, DynFluid,*  
151 boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France.  
contact: florent.ravelet@ensam.eu

29 mars 2018

## 1 Calcul de la puissance d'un réacteur (5 points)

- La section efficace macroscopique de fission  $\Sigma_f$  est :

$$\Sigma_f = n\sigma_f$$

Avec  $n$  le nombre de noyaux d'uranium 235 par unité de volume.

$$n = \frac{18.9}{235} \times \frac{0.7}{100} \times 6.02 \times 10^{23} \simeq 3.39 \times 10^{20} \text{ noyaux.cm}^{-3}$$
$$\Sigma_f \simeq 3.39 \times 10^{20} \times 580 \times 10^{-24} \simeq 0.197 \text{ cm}^{-1}$$

- La puissance volumique  $\mathcal{P}_V$  est le taux de réaction multiplié par l'énergie dégagée par une réaction :

$$\mathcal{P}_V = R \times 200 \text{ MeV.s}^{-1}.\text{cm}^{-3}$$
$$R = \phi\Sigma_f \simeq 2 \times 10^{12} \times 0.197 \simeq 3.93 \times 10^{11} \text{ fissions.s}^{-1}.\text{cm}^{-3}$$
$$\mathcal{P}_V \simeq 12.6 \text{ W.cm}^{-3}$$

- Cet ordre de grandeur est inférieur à celui d'un thermoplongeur de bouilloire électrique. Dans un REP, la puissance volumique dans le combustible est de l'ordre de  $300 \text{ W.cm}^{-3}$ . Le REP a donc une densité de puissance beaucoup plus grande qu'un réacteur à uranium naturel.

## 2 Etude de la fusion nucléaire (7 points)

- Il faut conserver la charge électrique, le nombre de nucléons (et le spin, d'où les neutrinos) :



- On calcule le défaut de masse :

$$\Delta m = (3.0155 + 2.0136) - (4.0015 + 1.0087) = 0.0189 \text{ u}$$

- L'énergie est liée au défaut de masse par :

$$E = \Delta mc^2 = 0.0189 \times 931.5 \text{ MeV.c}^{-2} \times c^2 \simeq 17.6 \text{ MeV}$$

- La masse molaire du deutérium de nombre de masse  $A = 2$  est environ  $2 \text{ g.mol}^{-1}$ . Il y a  $6.02 \times 10^{23}$  noyaux dans une mole de deutérium, d'où le résultat.
- Idem, la masse molaire du tritium ( $A = 3$ ) est environ  $3 \text{ g.mol}^{-1}$ .
- La fusion complète de ces quantités de réactifs correspond à  $3 \times 10^{23}$  réactions dégageant chacune  $17.6 \text{ MeV}$ . En joules :

$$17.6 \times 10^6 \text{ eV} \times 3 \times 10^{23} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J.eV}^{-1} \simeq 84.5 \times 10^{10} \text{ J}$$

- Une tep représente l'énergie libérée en moyenne par la combustion d'une tonne de pétrole, soit  $4.2 \times 10^{10} \text{ J}$ . L'énergie précédente (fusion d'un gramme de deutérium et d'un gramme et demi de tritium) représente 20 tep, soit 10 fois l'énergie dégagée par la fission d'un gramme d'uranium 235.

**Question bonus (2 points) :** Par un calcul de physique classique, en utilisant la conservation de la quantité de mouvement, on montre que le noyau d'hélium, 4 fois plus massif que le neutron emporte  $1/5$  de l'énergie et le neutron  $4/5$ , soit  $14 \text{ MeV}$ . Les neutrons produits par fusion sont beaucoup plus énergétiques : les matériaux d'un réacteur utilisant la fusion sont à développer. On utilise de petites quantités de deutérium et de tritium dans les bombes à fission pour les « doper » et augmenter leur rendement.

### 3 Série radioactive et équilibre séculaire (8 points)

- Equation d'évolution du nombre de noyaux « pères »  $N_1(t)$  :

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$

- Solution :

$$N_1(t) = N_1^0 e^{-\lambda_1 t}$$

- La variation du nombre de noyaux fils par unité de temps est due à leur apparition au taux où disparaissent les noyaux pères, c'est-à-dire  $\lambda_1 N_1$ , et à leur disparition au taux  $-\lambda_2 N_2$
- On calcule la dérivée de l'expression fournie, et on compare les termes :

$$\begin{aligned} N_2(t) &= N_1^0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \\ \frac{dN_2}{dt} &= N_1^0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}) \\ \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 &= \lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 \left( N_1^0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \right) \\ &= N_1^0 \left( \lambda_1 - \lambda_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \right) e^{-\lambda_1 t} + N_1^0 \lambda_2 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} \end{aligned}$$

- On rappelle que  $\lambda = \ln(2)/T$  :

$$\lambda_U = \frac{\ln(2)}{T_U} \simeq 1.57 \times 10^{-10} \text{ ans}^{-1}$$

$$\lambda_{Th} = \frac{\ln(2)}{T_{Th}} \simeq 10.53 \text{ ans}^{-1}$$

- Activité  $A$  d'un échantillon de  $N$  noyaux radioactifs :

$$A(t) = \lambda N(t)$$

- Dans le cas de l'uranium 238 et du thorium 234, on a  $\lambda_U \ll \lambda_{Th}$ . Aux temps courts, on n'a quasiment pas de variation pour le nombre et l'activité des noyaux d'uranium ( $e^{-\lambda_U t} \simeq 1$ ) :

$$N_{Th}(t) \simeq N_U^0 \frac{\lambda_U}{\lambda_{Th}} (1 - e^{-\lambda_{Th} t})$$

- On va considérer à  $t = 0$  un échantillon d'un gramme d'uranium 238 pur. Son activité  $A_U(0)$  est :

$$A_U(0) \simeq \frac{\frac{1}{238} \times 6.02 \times 10^{23} \times 10^{-10} \text{ désintégrations.ans}^{-1}}{86400 \times 365 \text{ s.ans}^{-1}} \simeq 12600 \text{ Bq}$$

- On calcule  $e^{-1.57 \times 10^{-10}} = 1$  à  $10^{-10}$  près.
- Un comportement en  $(1 - e^{-\lambda_{Th} t})$  doit vous rappeler la charge d'un condensateur.
- Au bout d'un an, l'activité a doublée : on a 12600 Becquerels dûs à l'uranium et 12600 Becquerels dûs au thorium.

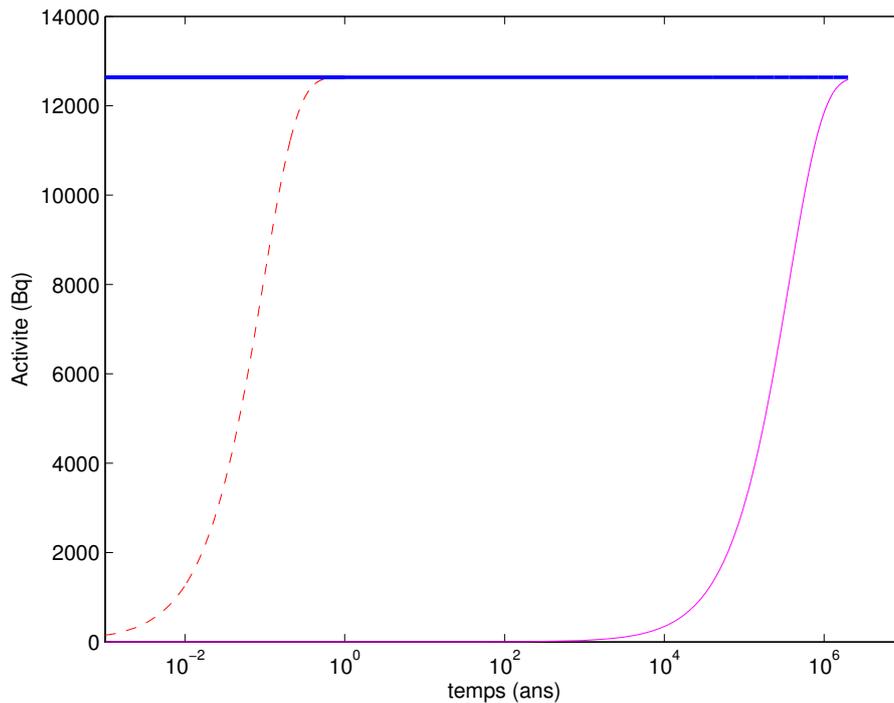


FIGURE 1 – Activité d'un échantillon d'un gramme d'uranium 238 pur à  $t = 0$ . En bleu épais : activité de l'uranium 238, en pointillés rouges : activité du thorium 234 et en violet fin : activité de l'uranium 234 (le troisième descendant)