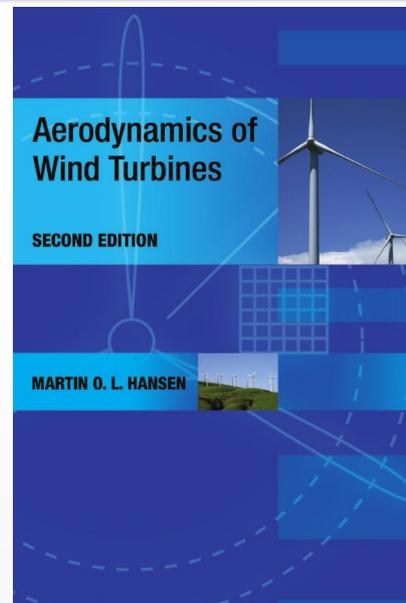
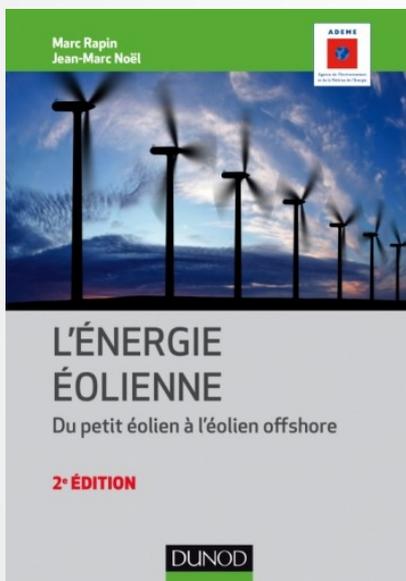


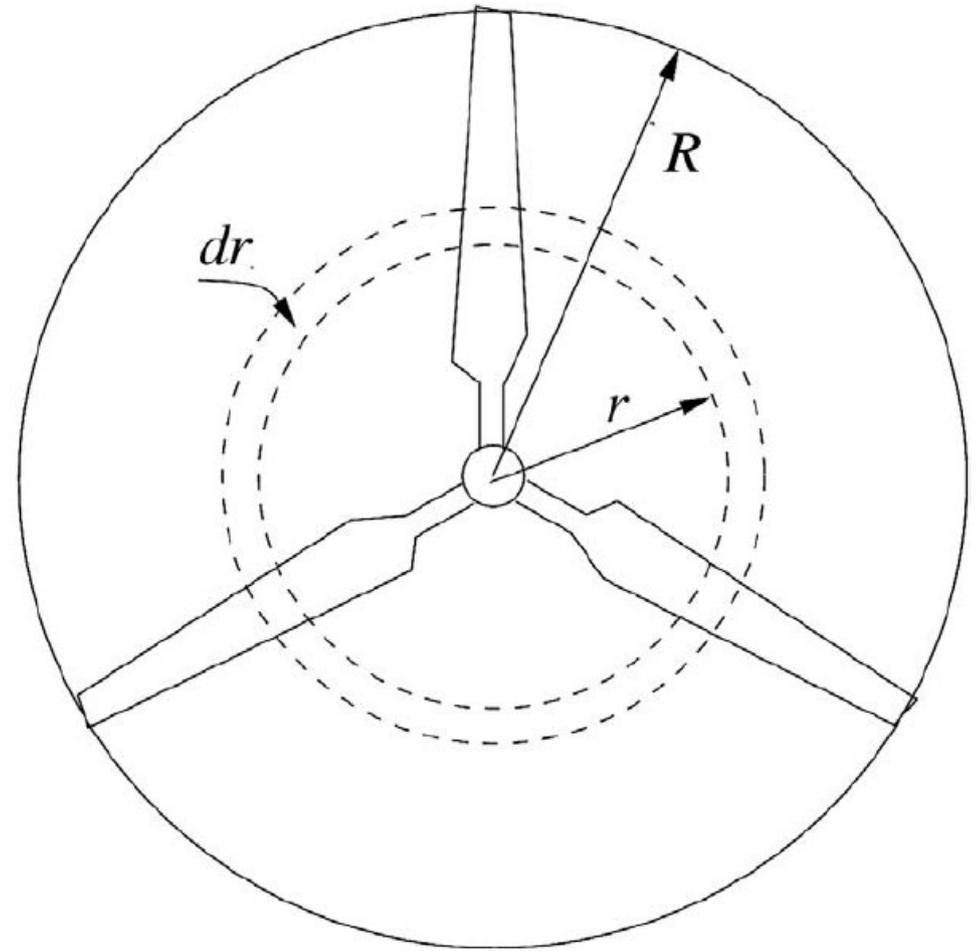
F. Ravelet
LIFSE
Arts et Métiers Science et Technologie

Eoliennes : théorie des éléments de pale



Théorie des éléments de pale

- Dans la théorie de Froude-Rankine, les détails de la géométrie du rotor (nombre de pales, type de profils, calage, corde) ne sont pas pris en compte.
- La théorie des éléments de pale relie les bilans de quantité de mouvement à la géométrie des pales.
- On découpe l'éolienne en portions de disque d'épaisseur dr : les *éléments de pale*.
- Hypothèses :
 - pas de dépendance radiale (autrement dit un élément n'est pas influencé par la présence des autres),
 - les forces appliquées par les pales sur le fluide sont réparties de manière régulière sur le disque.



Théorie des éléments de pale

Bilan de quantité de mouvement : *Poussée*

$$dT = 4\pi r \rho V_0^2 a(1-a) dr$$

Bilan de moment cinétique : *Couple*

$$dM = 4\pi r^3 \rho V_0 \omega (1-a) a' dr$$

Angle de calage

$$\theta$$

Angle du vent relatif

$$\phi = \arctan \left(\frac{1-a}{1+a'} \frac{V_0}{\omega r} \right)$$

Angle d'attaque

$$\alpha = \phi - \theta$$

Portance (*Lift*)

$$L$$

Trainée (*Drag*)

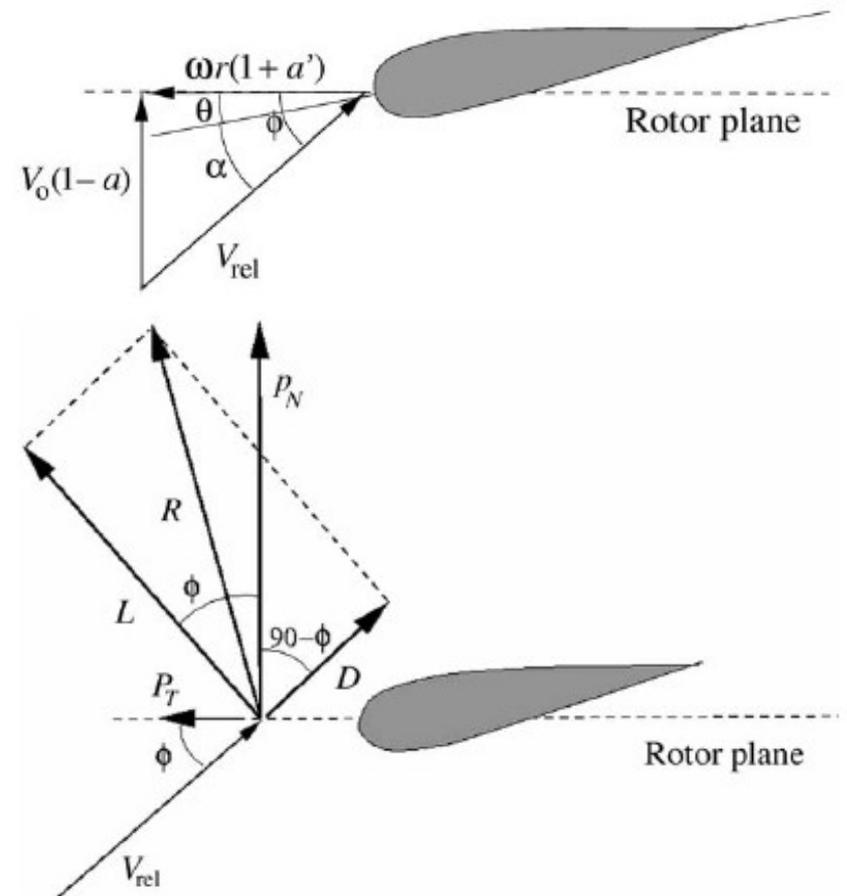
$$D$$

Force normale

$$p_N = L \cos \phi + D \sin \phi$$

Force tangentielle

$$p_T = L \sin \phi - D \cos \phi$$



Utilisation des coefficients de portance (*Lift*) et de trainée (*Drag*)

$$L = C_l \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 c_{dr}$$

$$D = C_d \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 c_{dr}$$

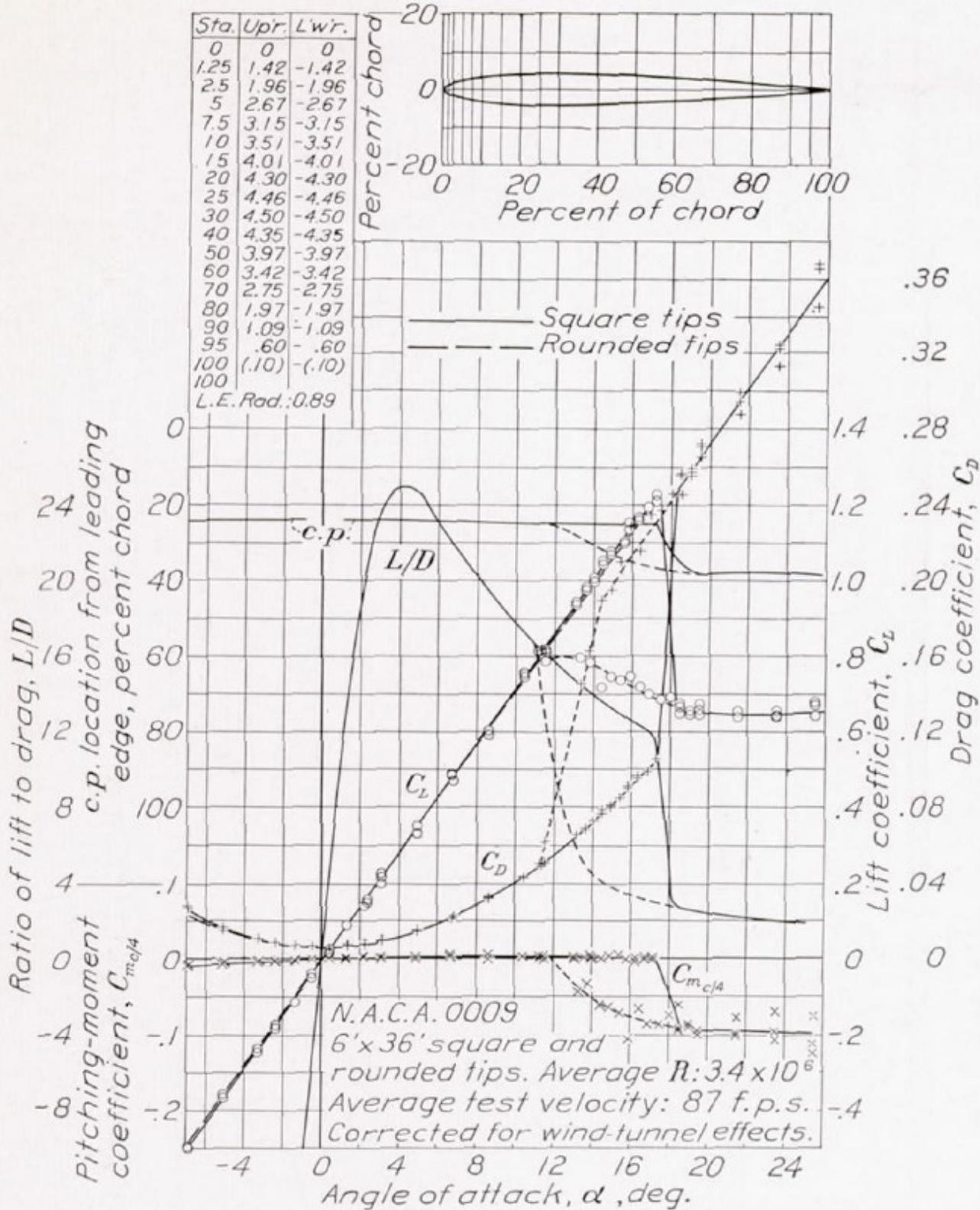
c : longueur de la corde
 B : nombre de pales

$$C_n = C_l \cos \phi + C_d \sin \phi$$

$$C_t = C_l \sin \phi - C_d \cos \phi$$

$$dT = \frac{1}{2} \rho B \frac{V_0^2 (1-a)^2}{\sin^2 \phi} c C_n dr$$

$$dM = \frac{1}{2} \rho B \frac{V_0 (1-a) \omega r (1+a')}{\sin \phi \cos \phi} c C_t r dr$$



Théorie des éléments de pale

On a deux expressions pour la poussée, et deux expressions pour le couple.
On écrit l'égalité des deux:

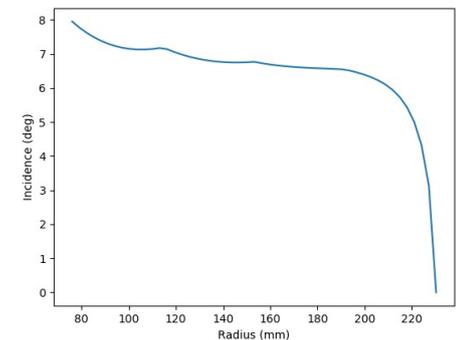
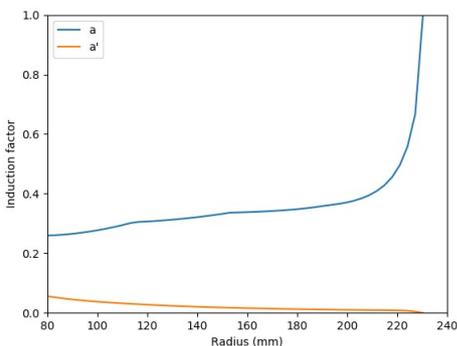
$$a = \frac{1}{\frac{4 \sin^2 \phi}{\sigma C_n} + 1}$$

$$\sigma = \frac{cB}{2\pi r} : \text{le serrage}$$

$$a' = \frac{1}{\frac{4 \sin \phi \cos \phi}{\sigma C_t} - 1}$$

Connaissant la géométrie de la pale, cette méthode permet de calculer les facteurs d'induction locaux, puis la poussée totale et le coefficient de puissance. On peut résoudre le problème de manière itérative :

- (1) : Initialiser $a_i = 0$ et $a'_i = 0$
- (2) : Calculer $\phi = \arctan \left(\frac{1 - a_i V_0}{1 + a'_i \omega r} \right)$
- (3) : Calculer $\alpha = \phi - \theta$
- (4) : Lire $C_l(\alpha)$ et $C_d(\alpha)$
- (5) : Calculer $C_n = C_l \cos \phi + C_d \sin \phi$ et $C_t = C_l \sin \phi - C_d \cos \phi$
- (6) : Calculer a et a'
- (7) : Si $|a - a_i| \leq tol$ et $|a' - a'_i| \leq tol$ passer à (8)
: Sinon : $a_i = a$ et $a'_i = a'$ et aller à (2)
- (8) : Calculer $C_p = \frac{8}{\lambda^2} \int_0^\lambda a' (1 - a) \lambda_r^3 d\lambda_r$



Théorie des éléments de pale

Prise en compte des effets de bord:
Facteur de correction de Prandtl

$$F = \frac{2}{\pi} \arccos \left(\exp \left(-\frac{B}{2} \frac{R-r}{r \sin \phi} \right) \right)$$

